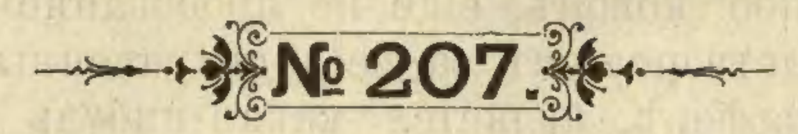
XVIII Сем. 5-го февраля 1895 г. № 3.

# ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ
и
# ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.






## О НЕОБХОДИМОСТИ АССОЦIАЦIИ

### преподавателей естественно-историческихъ наукъ въ высшей, среднихъ и низшихъ школахъ г. Одессы.

Оставляя въ сторонѣ вопросъ объ оффицiальной, такъ сказать, постановкѣ преподаванiя естественно-историческихъ наукъ въ среднихъ и низшихъ учебныхъ заведенiяхъ, мы хотѣли бы въ настоящей статьѣ сказать нѣсколько словъ о тѣхъ средствахъ, каковыя всецѣло могутъ принадлежать частному почину и, по нашему мнѣнiю, могли и могутъ поднять интересъ къ естественнымъ наукамъ какъ среди преподающихъ, такъ и вообще среди лицъ, интересующихся этою отраслью знанiя.

Въ одной изъ статей, помѣщенныхъ недавно въ этомъ журналѣ, было между прочимъ высказано мнѣнiе, что одна лишь физика лежитъ въ основѣ анализа тѣлъ и явленiй природы, а потому знанiе ея обязательно для всѣхъ естественниковъ и, что, наоборотъ, знанiе прочихъ естественныхъ наукъ не обязательно для физика-спецiалиста.

Намъ кажется, что нельзя быть не только порядочнымъ спецiалистомъ, но просто образованнымъ человѣкомъ и хорошимъ преподавателемъ, не имѣя хотя бы элементарныхъ, но точныхъ свѣдѣнiй по естественнымъ наукамъ. Трудно представить не только первокласснаго ученаго физика, но даже простого преподавателя этой науки, который, не будучи знакомъ съ элементарными положенiями современной химiи, спокойно трактовалъ бы, напримѣръ, о спектральныхъ явленiяхъ, или о гидроэлектрической цѣпи, или о вращенiи плоскости поляризацi.

Естественное отдѣленiе физико-математическаго факультета, откуда выходитъ большинство преподавателей естественныхъ наукъ въ среднiя

учебныя заведенія, даетъ возможность всякому студенту теоретически и практически ознакомиться съ состояніемъ этой отрасли знанія въ данный моментъ. Нужно впрочемъ признаться, что рѣдко попадается студентъ, успѣвшій за четыре года поработать во всѣхъ лабораторіяхъ одинаково добросовѣстно. Въ большинствѣ случаевъ, на хорошій конецъ, слѣдуя влеченію своего ума и сердца, онъ становится добросовѣстнымъ работникомъ лишь въ одной спеціальности и тутъ старается, часто проводя въ лабораторіяхъ цѣлые дни, не покладая рукъ, познать науку, что называется, ab ovo, и, познакомившись съ главными методами изслѣдованія въ данной области, пробуетъ подъ чьимъ-нибудь руководствомъ „пытать природу" въ чемъ-либо новомъ, еще не пробованномъ. Результатомъ и нравственнымъ удовлетвореніемъ за весь потраченный трудъ, часто въ самой страшной атмосферѣ, является какая-нибудь маленькая, но самостоятельная работа.

Во всякомъ случаѣ, будетъ ли студентъ спеціалистомъ или энциклопедистомъ, онъ можетъ стать по окончаніи курса университета преподавателемъ естественныхъ наукъ (что, впрочемъ, достается на долю далеко не многимъ счастливцамъ).

Сдѣлавшись преподавателемъ, онъ невольно лишается общенія съ университетомъ и выталкивается за его стѣну, будучи предоставленъ самому себѣ.

Здѣсь этому часто влюбленному въ науку человѣку приходится догонять бѣгущую впередъ науку естества на свои обыкновенно скудныя средства, при самомъ незначительномъ досугѣ.

Набирая уроковъ частныхъ и казенныхъ, преподавая подъ видомъ географіи чуть ли не всѣ знанія, борясь за право существованія изо дня въ день, преподаватель еле-еле успѣваетъ просматривать краткій когда-то составленный учебникъ, не обращая вниманія на быстрый ходъ развитія всѣхъ отраслей естествознанія. При отсутствіи у насъ въ Россіи достаточнаго количества оригинальныхъ популярно-научныхъ изданій, которыя бы всякую новость науки старались немедленно оповѣстить обществу въ неисковерканной и понятной формѣ,—и именно всякую, а не сенсаціонную только,—большинству преподавателей, даже самому порядочному, приходится невольно отставать отъ прогресса естественныхъ наукъ, съ неимовѣрною быстротою идущихъ впередъ въ послѣднее время, и преподавать свой предметъ по старымъ руководствамъ.

Нельзя не сознаться, что не одна лишь программа мѣшаетъ иной разъ толково преподавать, а причиною является часто самъ преподаватель, которому никто не мѣшаетъ многія вещи старой программы излагать съ точки зрѣнія современнаго состоянія того или другого вопроса.

А между тѣмъ многія новости наукъ естественныхъ сдѣлались теперь необходимыми для расширенія кругозора всякаго мало-мальски просвѣщеннаго человѣка, а тѣмъ больше педагога.

По сравненію съ преподавателемъ среднихъ учебныхъ заведеній, еще бо́льшую нужду во всемъ вышеизложенномъ чувствуетъ преподаватель народныхъ школъ, который окончательно брошенъ на произволъ судьбы и не ждетъ помощи ни отъ кого.

Вотъ въ минуты подобнаго раздумья невольно глаза еще успѣвшаго сохранить вѣру въ науку учительства направляются къ своей

alma mater—университету, долженствующему служить свѣточемъ науки и просвѣщенія среди окружающей массы, а не бросать на произволъ своихъ собственныхъ дѣтей въ самую критическую минуту ихъ жизни.

Въ такихъ видахъ дѣлиться въ общедоступной формѣ послѣдними завоеваніями науки является настоятельной потребностью особенно тамъ, гдѣ существуетъ университетъ съ цѣлымъ персоналомъ спеціалистовъ, стоящихъ на стражѣ науки.

Обязанность эта неразрывно связана съ понятіемъ университета особенно у насъ въ Россіи, гдѣ университетовъ мало, и существуютъ они недавно, не успѣвши вызвать къ жизни какого-либо другого учрежденія съ подобной просвѣтительной функціей.

Конечно, не университетъ какъ таковой долженъ прійти въ данномъ случаѣ на помощь; для этого существуютъ у насъ общества естествоиспытателей, которымъ по уставу предоставлены широкія на этотъ счетъ полномочія, помимо чисто научныхъ задачъ.

Наше Новороссійское общество естествоиспытателей въ этомъ отношеніи уже откликнулось на запросы жизни. Потребность пополнить и поддержать интересъ къ научнымъ занятіямъ въ молодыхъ учителяхъ физики и математики въ настоящее время отчасти удовлетворена. Въ области физики и математики эта потребность, хотя и менѣе имѣющая общеобразовательную необходимость, признана и поддержана членами Новороссійскаго общества—профессорами университета. По ихъ иниціативѣ открылась и процвѣтаетъ секція элементарной математики и физики, поднимая интересъ и давая отвѣты на животрепещущіе вопросы преподавательской жизни. Послѣ сближенія между мужами науки и педагогами-математиками вышли на свѣтъ Божій и курсы для приготовленія преподавателей физики и математики.

Успѣхъ отдѣленія элементарной математики и физики даетъ надежду разсчитывать, что общество естествоиспытателей придетъ на помощь и другой болѣе всего ему подходящей секціи элементарнаго естествознанія. Преподаватели среднихъ учебныхъ заведеній, эти немногіе счастливцы, учителя географіи, учительницы и учителя народныхъ школъ, наконецъ, несчастные „пасынки“ естественнаго факультета, загнанные то въ акцизъ, то въ таможню, то въ прокурорскія канцеляріи и унесшіе туда затаенную любовь къ наукамъ—все это вѣрные будущіе члены отдѣленія. Удовлетворить ихъ жаждѣ знаній, войти въ ихъ положеніе и поднять интересъ къ послѣднему слову науки, объединить и поддержать ихъ—это священная обязанность тѣхъ немногихъ избранниковъ, въ рукахъ которыхъ судьбы просвѣщенія Россіи, еще очень и очень бѣдной университетскими центрами. Мы надѣемся, что, быть можетъ, статья эта, которая является отголоскомъ не одной наболѣвшей души, будетъ принята за истинное и откровенное признаніе. Намъ извѣстно, что мысли, подобныя здѣсь изложеннымъ, бродятъ у многихъ въ головѣ. Дай Богъ, чтобы ихъ скоро возможно было увидѣть осуществленными на дѣлѣ.

Возраженія, которыя обыкновенно слѣдуютъ на такого рода пожеланія со стороны такъ называемыхъ „умудренныхъ опытомъ“ лицъ, сводятся къ слѣдующему.

Учителя, молъ, завалены работой, не имѣютъ свободнаго времени, стѣснены программой и учебно-вспомогательными средствами, наконецъ,

количество ихъ у насъ въ Одессѣ настолько не велико, что трудно разсчитывать на успѣхъ дѣла, которое должно будетъ свестись главнымъ образомъ на чтеніе популярныхъ лекцій немногими профессорами въ назиданіе своимъ бывшимъ ученикамъ. Въ концѣ концовъ, такого рода отвлеченіе силъ можетъ значительно сократить дѣятельность научнаго естествознанія. На все это можно отвѣтить очень просто. Если вопросъ этотъ составляетъ наболѣвшее мѣсто, какъ людей науки, такъ и преподавателей, если потребность въ этомъ сознается, то тутъ не можетъ быть и рѣчи о программахъ, объ усталости, о неуспѣшности, о малочисленности. Намъ извѣстны не единственные случаи, когда студентъ, заинтересовавшись предметомъ, работаетъ, на ходу закусывая булкой вмѣсто горячаго обѣда; намъ извѣстны случаи, когда вольнослушатели народные учителя, работаютъ въ лабораторіи послѣ своихъ занятій въ школѣ и платятъ послѣдніе гроши за пріобрѣтенное право. Одно условіе, правда, требуется при этомъ, чтобы жаждущимъ и алчущимъ давался хлѣбъ, а не камень вмѣсто него, и хлѣбъ по возможности свѣжій. При такихъ условіяхъ успѣхъ дѣла, навѣрно, можетъ быть обезпеченъ.

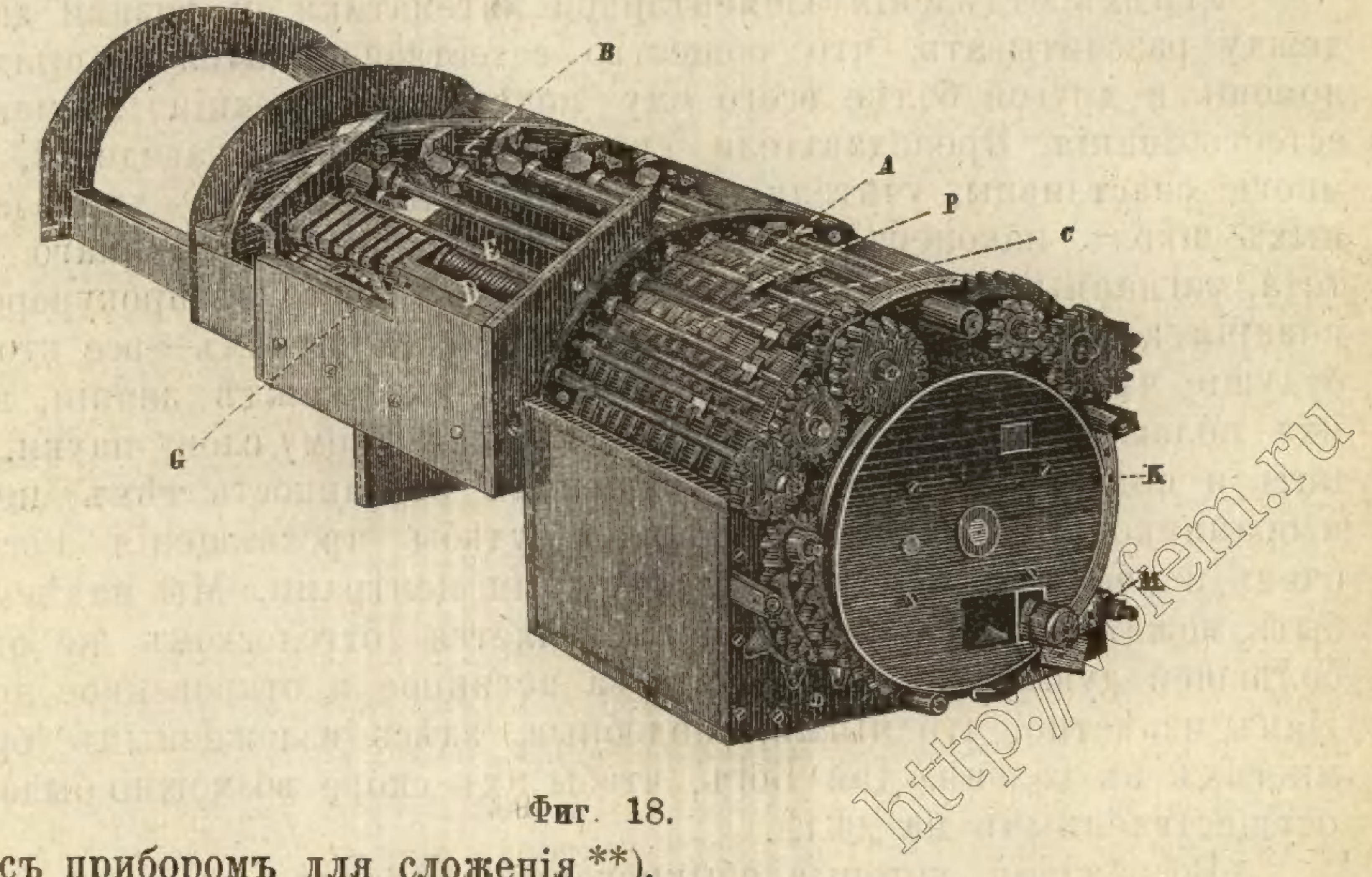
10-го марта 1895 г. *Арсеній Лебединцевъ* (Одесса).

# АРИѲМОМЕТРЪ ЧЕБЫШЕВА.

*(Продолженіе *).*

## Приборъ для умноженія.

Умноженіе совершается посредствомъ повторительныхъ сложеній; для такихъ повтореній служитъ *приборъ для умноженія*, который соеди-

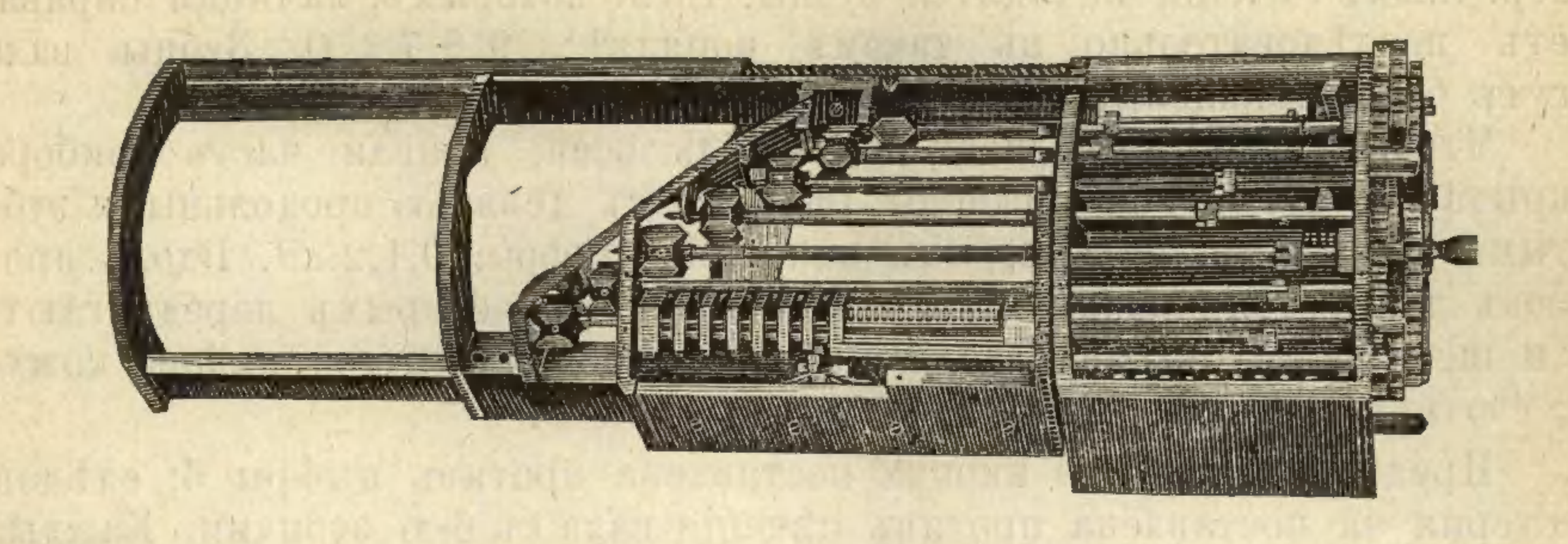



Фиг. 18.

няется съ приборомъ для сложенія **).

*) См. „В. О. Ф.“ № 205.

**) На фиг. 18 и 19 приборъ для умноженія изображенъ отдѣльно отъ части, служащей для сложенія, безъ кожуха и счетчика, о которыхъ будетъ сказано ниже.

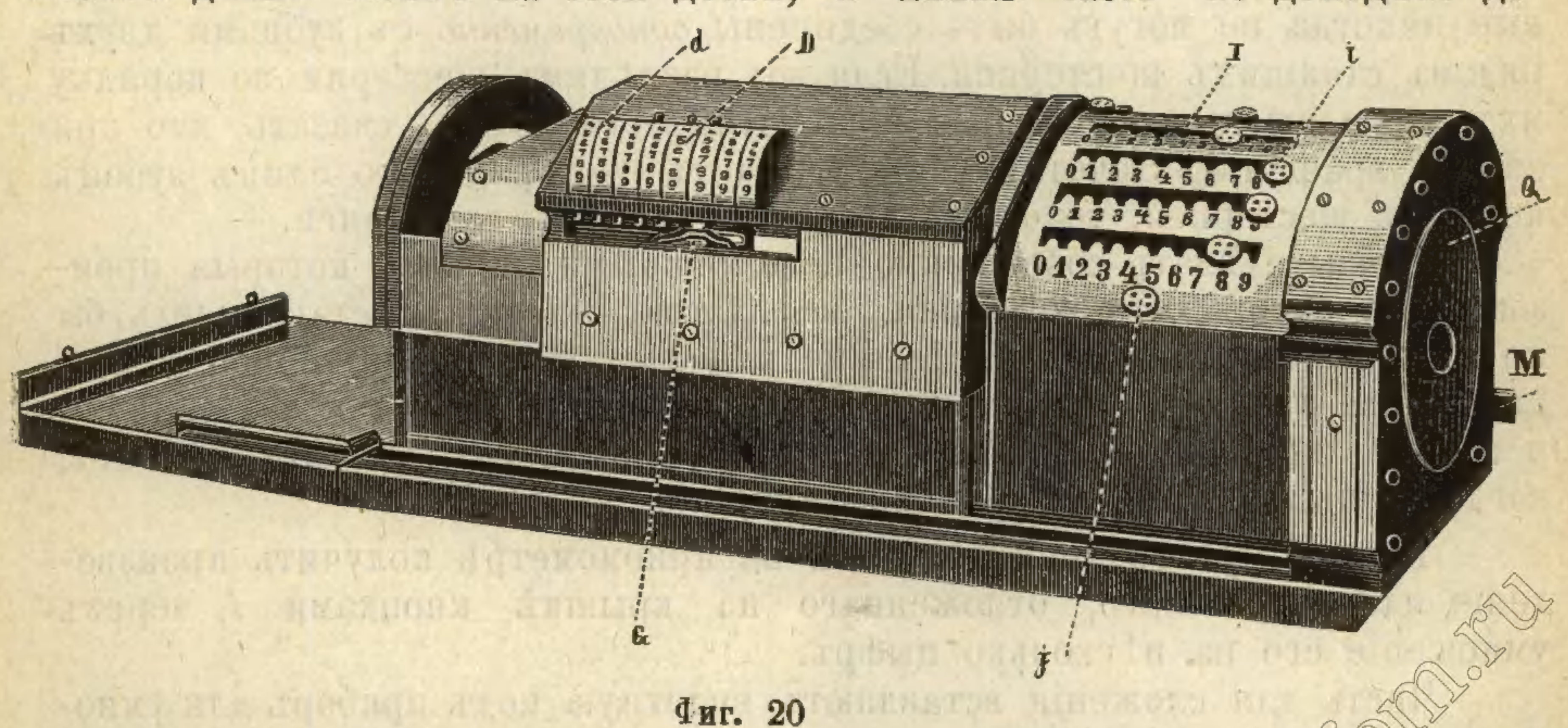


Фиг. 19

Приборъ для умноженія состоитъ главнымъ образомъ изъ ряда стальныхъ осей A (фиг. 18 и 19), расположенныхъ параллельно образующимъ на приборѣ для сложенія. Оси A имѣютъ различную длину, такъ что зубчатыя колеса B, находящіяся по одному на концѣ каждой изъ осей, зацѣпляются за одно изъ движущихъ колесъ для сложенія.

Каждое зубчатое колесо B имѣетъ четыре зубца особой формы, которые свободно входятъ въ промежутки между зубцами движущихъ колесъ.

Оси A вращаются въ гнѣздахъ стѣнокъ особаго ящика, устанавливаемаго на основаніи въ видѣ доски (фиг. 20); правая часть ящика стоитъ дномъ своимъ на этой доскѣ, а лѣвая часть не доходитъ до




Фиг. 20

доски, и подъ нее вставляется приборъ для сложенія, который при этомъ упирается правымъ бокомъ въ щитъ, который при вращеніи колеса Q дѣйствіемъ винта, отодвигается вмѣстѣ съ рамой влѣво.

На другомъ концѣ каждой оси находится шестерня P, также съ четырьмя зубцами. Муфта этой шестерни можетъ скользить вдоль всей оси, но она имѣетъ внутренній выступъ, входящій въ выемку, идущую такъ, что при вращеніи шестерни съ нею вращается и ось.

Оси A окружаютъ зубчатый цилиндръ или валъ C, ось котораго составляетъ продолженную ось прибора для сложенія. Валъ раздѣленъ

по длинѣ на десять равныхъ частей, и на каждомъ изъ этихъ десяти поперечныхъ сѣченій находятся зубцы, число которыхъ, начиная справа, идетъ послѣдовательно въ такомъ порядкѣ: 9,8,7,...0. Зубцы вала могутъ быть сцѣплены съ зубцами той или другой шестерни.

Чтобы передвигать шестерни вдоль осей, правая часть прибора покрыта *кожухомъ* или крышкой (фиг. 6) съ девятью продольными зубчатыми прорѣзами, на которыхъ написаны цифры: 0,1,2...9. Вдоль прорѣзовъ двигаются кнопки *i*, съ передвиженіемъ которыхъ передвигаются и шестерни, устанавливаемыя противъ той или другой цыфры кожуха, соотвѣтствующей числу зубцовъ на валѣ С.

Предположимъ, что кнопка поставлена противъ цыфры 6; слѣдов. шестерня ея поставлена противъ сѣченія вала съ 6-ю зубцами. Каждый разъ, какъ одинъ изъ шести зубцовъ цилиндра будетъ зацѣплять за одинъ изъ зубцовъ шестерни; одинъ зубецъ передаточнаго колеса на лѣвомъ концѣ той же оси будетъ двигать одинъ зубецъ соотвѣтствующаго движущаго колеса прибора для сложенія и повернетъ его на одно дѣленіе, т. е. на одну цыфру. Вслѣдствіе этого, послѣ полнаго оборота зубчатаго вала, движущее колесо повернется на 6-ть дѣленій. Такимъ образомъ, помощію одного оборота вала, можно перенести на цыфровыя колеса прибора для сложенія то число, которое отмѣчено шестернями посредствомъ кнопокъ *i*.

Надо замѣтить, что, вслѣдствіе связи, существующей между двумя рядомъ стоящими цыфровыми колесами (состоящей въ зубчатомъ сцѣпленіи ихъ), нельзя одновременно дѣйствовать на оба эти колеса. Съ этой цѣлью зубцы вала и зубцы шестерни расположены такъ, что первые никогда не могутъ быть соединены *одновременно* съ зубцами двухъ рядомъ стоящихъ шестерней. Если мы раздѣлимъ шестерни по порядку ихъ расположенія на четныя и нечетныя, то можно сказать, что при своемъ вращеніи зубчатый валъ двигаетъ поочередно то одинъ зубецъ четныхъ шестерней, то одинъ зубецъ нечетныхъ шестерней.

Чтобы сдѣлать совершенно невозможными ошибки, которыя произошли бы оттого, что шестерни, вслѣдствіе инерціи, остановились бы не въ требуемый моментъ, Чебышевъ далъ зубцамъ шестерней и зубцамъ вала такую форму, что шестерни никогда не остаются свободными, и потому они прекращаютъ свое вращеніе всегда въ тотъ моментъ, когда зубцы вала перестаютъ ихъ двигать.

Теперь будетъ понятно, какъ на ариѳмометрѣ получить произведеніе изъ множимаго, отложеннаго на крышкѣ кнопками *i*, черезъ умноженіе его на нѣсколько цыфръ.

Часть для сложенія вставляютъ вплотную подъ приборъ для умноженія (фиг. 3 и 4), затѣмъ дѣлаютъ столько оборотовъ рукояткою, сколько находится единицъ въ цыфрѣ наивысшаго разряда множителя, потомъ приборъ для сложенія вмѣстѣ съ рамой, на которой онъ находится, выдвигаютъ въ сторону *на одно мѣсто*, т. е. на величину, равную промежутку между двумя движущими колесами, и дѣлаютъ рукояткою столько оборотовъ, сколько находится единицъ во второй цыфрѣ множителя и т. д.

Съ перваго взгляда казалось бы, что для исполненія этихъ двухъ движеній необходимо имѣть двѣ рукоятки: одну для поворота зубчатаго

вала, другую для передвиженій рамы вмѣстѣ съ приборомъ для сложенія; но Чебышевъ далъ прибору такое механическое устройство, которое дозволяетъ совершать оба эти дѣйствія помощію одной рукоятки. Дѣлается это такимъ образомъ:

Движеніе рукоятки передается эпициклоидальному приводу, крайнія колеса котораго управляютъ одно центральнымъ зубчатымъ валомъ, другое двумя винтами, изъ которыхъ задній двигаетъ раму вмѣстѣ съ приборомъ для сложенія.

Чтобы движеніе передавалось то одной системѣ, то другой, надо, чтобы каждая изъ этихъ системъ поочередно встрѣчала препятствіе, останавливающее ея движеніе. Въ ариѳмометрѣ Чебышева это достигается такъ:

На передней сторонѣ машины находится счетчикъ D, состоящій изъ семи зубчатыхъ колесъ, надъ которыми имѣется крышка съ семью поперечными прорѣзами и двигающимися по нимъ кнопками $d$ (фиг. 6); прорѣзы имѣютъ 10-ть дѣленій 0,1,2....9. Мы будемъ называть эти колеса *направляющими колесами*, такъ какъ именно они управляютъ движеніемъ механизма.

Параллельно оси этихъ колесъ можетъ скользить взадъ и впередъ особая *задвижка* G, имѣющая *палецъ*.

Каждое изъ направляющихъ колесъ имѣетъ въ одномъ мѣстѣ глубокій поперечный вырѣзъ, и если кнопка $d$ направляющаго колеса находится на крышкѣ въ концѣ своего прорѣза, гдѣ стоитъ цыфра 0, то вырѣзъ колеса расположенъ какъ разъ противъ пальца задвижки, и тогда палецъ можетъ свободно пройти черезъ этотъ вырѣзъ. Если же кнопка $d$ направляющаго колеса будетъ переведена съ 0 на другое число, напр., на число 5, то направляющее колесо должно повернуться на 5 зубцовъ для того, чтобы кнопка его перешла на 0, и вырѣзъ колеса пришелся противъ пальца задвижки.

Движеніе направляющихъ колесъ связано съ движеніемъ зубчатаго вала, посредствомъ шестерни, находящейся на задвижкѣ и посредствомъ зубчатаго барабана, который тянется по всему протяженію этихъ направляющихъ колесъ и который повертывается на одинъ зубецъ, когда центральный валъ дѣлаетъ одинъ оборотъ.

Движеніе задвижки G связано съ движеніемъ винтовъ, изъ которыхъ одинъ (задній), какъ уже сказано, двигаетъ раму вмѣстѣ съ приборомъ для сложенія, а другой (передній) двигаетъ самую задвижку. Когда приборъ для сложенія подвигается влѣво на одно мѣсто, т. е. на величину промежутка между двумя рядомъ стоящими движущими колесами, задвижка дѣйствіемъ передняго винта проходитъ промежутокъ между двумя направляющимися колесами.

Чтобы уяснить себя, что происходитъ отъ такого устройства механизма, предположимъ, что мы умножаемъ какое-нибудь число на 365.

Кнопка $d$ въ прорѣзѣ крышки перваго лѣваго направляющаго колеса ставится противъ цыфры 3, кнопка втораго направляющаго колеса—противъ цыфры 6 и кнопка третьяго направляющаго колеса — противъ цыфры 5. Задвижку G двигаютъ влѣво до конца ея хода. Палецъ задвижки упрется въ бокъ перваго направляющаго колеса, поэтому задвижка двигаться (вправо) не можетъ, черезъ что весь меха-

низмъ, связанный съ движенiемъ задвижки, остается неподвижнымъ и винты не дѣйствуютъ. Вслѣдствiе этого вращенiе рукоятки передается только центральному валу. Но такъ какъ шестерня задвижки сцѣплена съ первымъ направляющимъ колесомъ, то при каждомъ оборотѣ вала первое направляющее колесо подвигается на одинъ зубецъ, а вмѣстѣ съ нимъ и кнопка $d$ на прорѣзѣ крышки подвигается на одно дѣленiе къ нулю. Послѣ трехъ оборотовъ вала направляющее колесо подвинется на 3 зубца и въ это время кнопка его, стоявшая на цыфрѣ 3, перемѣстится на 0, т. е. къ основанiю прорѣза, поэтому направляющее колесо вращаться болѣе уже не можетъ, и движенiе центральнаго вала само собою прекращается. Но такъ какъ кнопка этого колеса стоитъ на нулѣ, то глубокiй вырѣзъ, находящiйся на направляющемъ колесѣ, приходится противъ пальца задвижки, поэтому палецъ можетъ пройти черезъ вырѣзъ колеса и задвижка получаетъ свободное движенiе вправо, такъ что теперь вращенiю рукоятки будетъ повиноваться механизмъ, связанный съ винтами, т. е. рама съ приборомъ для сложенiя двигается влѣво, а задвижка—вправо.

Это движенiе задвижки вправо будетъ продолжаться до тѣхъ поръ, пока палецъ задвижки не упрется въ бокъ второго направляющаго колеса. Въ это время движенiе задвижки и рамы прекратится; но шестерня, находящаяся на задвижкѣ, зацѣпляется за второе направляющее колесо, поэтому теперь приходитъ въ движенiе механизмъ, связанный съ центральнымъ валомъ, причемъ, при каждомъ оборотѣ вала, второе направляющее колесо подвигается на одинъ зубецъ, а кнопка подвигается по прорѣзу крышки на одно дѣленiе къ нулю. Послѣ шести оборотовъ вала, кнопка на крышкѣ перейдетъ на нуль и движенiе вала прекратится, а палецъ задвижки проходитъ черезъ вырѣзъ второго колеса и задвижка получаетъ снова движенiе вправо вмѣстѣ съ вращенiемъ винтовъ.

Точно такъ же задвижка затѣмъ упрется въ бокъ третьяго направляющаго колеса, которое будетъ вращаться до тѣхъ поръ, пока центральный валъ не сдѣлаетъ 5-ть оборотовъ.

Такимъ образомъ, непрерывнымъ вращенiемъ рукоятки число умножается сперва на 3, потомъ, передвинувшись на одинъ разрядъ, оно умножается на 6, затѣмъ, передвинувшись еще на одинъ разрядъ. на 5, т. е. получается произведенiе отъ умноженiя даннаго числа на 365,

Это устройство, дающее возможность, дѣйствуя только одной рукояткой, сообщать машинѣ различныя движенiя, составляетъ одну изъ замѣчательнѣйшихъ конструкцiй.

Весь ариѳмометръ представляетъ собою ящикъ длиною $8^{1}/_{2}$ вершковъ, шириною $3^{1}/_{2}$ вер., высотою $3^{1}/_{2}$ вер. Приборъ закрывается деревянымъ колпакомъ, имѣющимъ верхнюю доску и три боковыхъ; лѣвая сторона на колпакѣ открыта и закрывается доскою, отгибающеюся на шарнирѣ внизъ: эта доска и служитъ продолженiемъ основанiя прибора, по которому двигается подвижная часть ариѳмометра при употребленiи его для дѣйствiя умноженiя и дѣленiя.

(*Окончанiе слѣдуетъ*).

# КРАТКІЙ ОЧЕРКЪ
## исторіи открытія спектральнаго анализа.

Первыя свѣдѣнія о цвѣтныхъ явленіяхъ, связанныхъ съ разложеніемъ свѣта, находимъ мы въ сочиненіяхъ древнихъ. Такъ, въ Quaestiones Naturae, въ I-ой книгѣ, „радугѣ Сенека посвящаетъ нѣсколько страницъ, доказывающихъ, что свойства зеркалъ, увеличительное дѣйствіе шаровъ, наполненныхъ водою, игра призматическихъ стеклянныхъ палочекъ,—были извѣстны философу. Радугу онъ объясняетъ отраженіемъ солнца въ капляхъ воды, но, исходя изъ вѣрной мысли, входитъ въ длинныя и неясныя соображенія, приводить которыя, по ихъ несоотвѣтствію съ явленіями, было бы безполезно“ [1]).

Кеплеръ въ своихъ работахъ нѣсколько разъ упоминаетъ о вышеупомянутомъ явленіи; но ни Кеплеръ, ни его предшественникъ не вывели изъ факта заключающихся въ немъ слѣдствій [2]); только Ньютонъ на основаніи появленія радужной полоски при пропусканіи луча бѣлаго свѣта черезъ призму заключилъ о *сложности* бѣлаго свѣта, и доказалъ свои теоремы рядомъ опытовъ. Вотъ главнѣйшія изъ этихъ теоремъ, изъ написаннаго имъ въ 1672-омъ году сочиненія: „Оптика“ [3]).

1) Свѣтовые лучи различныхъ цвѣтовъ обладаютъ различною степенью преломляемости.

2) Солнечный свѣтъ заключаетъ лучи различной преломляемости.

3) Солнечный свѣтъ состоитъ изъ лучей, обладающихъ различной отражательной способностью, и лучи, наиболѣе преломляемые, отражаются легче другихъ.

4) Бѣлый солнечный свѣтъ состоитъ изъ лучей всѣхъ простыхъ цвѣтовъ, смѣшанныхъ въ извѣстномъ отношеніи.

5) Всякій лучъ однороднаго свѣта имѣетъ свой собственный цвѣтъ, который отвѣчаетъ степени его преломленія; этотъ цвѣтъ не можетъ быть измѣненъ ни преломленіемъ, ни отраженіемъ.

Ньютону-же принадлежитъ и слово „спектръ“, которое онъ употреблялъ для обозначенія радужной полоски, получающейся при разложеніи бѣлаго, напр. солнечнаго свѣта.

По его опредѣленію, спектръ можно раздѣлить на 360 равныхъ частей, причемъ красная часть занимаетъ 45 такихъ частей, оранжевая—27, желтая—48, зеленая—60, голубая—60, индигово-синяя—40 и фіолетовая—80 частей.

Тепловыя особенности спектра открыты Вильямомъ Гершелемъ въ 1800 году. [4]) Помѣщая шарикъ термометра въ разныя мѣста спектра, онъ нашелъ, что красные лучи даютъ большее повышеніе температуры, чѣмъ голубые, и вліяніе теплоты чувствуется еще и на нѣкото-

---

[1]) Любимовъ, Исторія Физики, ч. I, Спб. 1892, стр. 224.

[2]) P. Desains, Leçons de Physique, томъ II, стр. 225—226.

[3]) по Roscoe, Spectralanalyse, стр. 23—31.

[4]) Philosophical Transactions of the Royal Society, t. 90.

ромъ протяженіи за концомъ видимаго спектра. Maximum помѣщается въ красномъ цвѣтѣ, и нѣсколько maximum'овъ и minimum'овъ—въ невидимой части спектра. Дальнѣйшими изслѣдованіями этой области занимались, между прочимъ: Seebeck[5]), Melloni[6]), Физо и Фуко[7]), Herschell[8]), и главнымъ образомъ Bequerel[9]).

Химическое дѣйствіе солнечнаго спектра указано въ 1772-омъ году Шееле[10]), на основаніи наблюденій надъ дѣйствіемъ отдѣльныхъ частей спектра на хлористое серебро. По скорости, съ которой оно чернѣло, былъ опредѣленъ maximum химической дѣятельности на фіолетовомъ концѣ. Инглефельдъ и Риттеръ[11]) доказали, что химическое дѣйствіе спектра простирается за видимые глазомъ на фіолетовомъ концѣ лучи. Затѣмъ Джонъ Гершель[12]) нашелъ тамъ бездѣйствующія пространства, отвѣчающія линіямъ другихъ частей спектра. 2 года спустя Бекерель[13]) при помощи фотографіи доказалъ полную тождественность этихъ линій съ прежними линіями скептра. Посредствомъ особаго прибора, построеннаго Матиссеномъ въ 1844 году, явилась возможность непосредственно видѣть эти линіи.

Ньютонъ, показавъ разложеніе солнечнаго свѣта на лучи, несомнѣнно простые—такъ какъ при вторичномъ прохожденіи черезъ призму они болѣе не разлагаются—допустилъ, что спектръ составленъ изъ смѣшенія семи основныхъ цвѣтовъ. Въ началѣ же нынѣшняго столѣтія стали утверждать, что существуетъ только три основныхъ цвѣта. Такъ, Брюстеръ[14]) въ концѣ двадцатыхъ годовъ на основаніи своихъ изслѣдованій заключилъ, что въ каждой части спектра имѣется и желтый и красный цвѣта. Но эти результаты опровергнуты были Гельмгольцемъ[15]), показавшимъ, что въ своихъ опытахъ Брюстеръ не могъ вполнѣ удалить всякій диффузный свѣтъ. Нужно теперь принять, что отдѣльныхъ цвѣтовъ нѣтъ, и солнечный свѣтъ состоитъ изъ множества лучей съ различными длинами волнъ[16]).

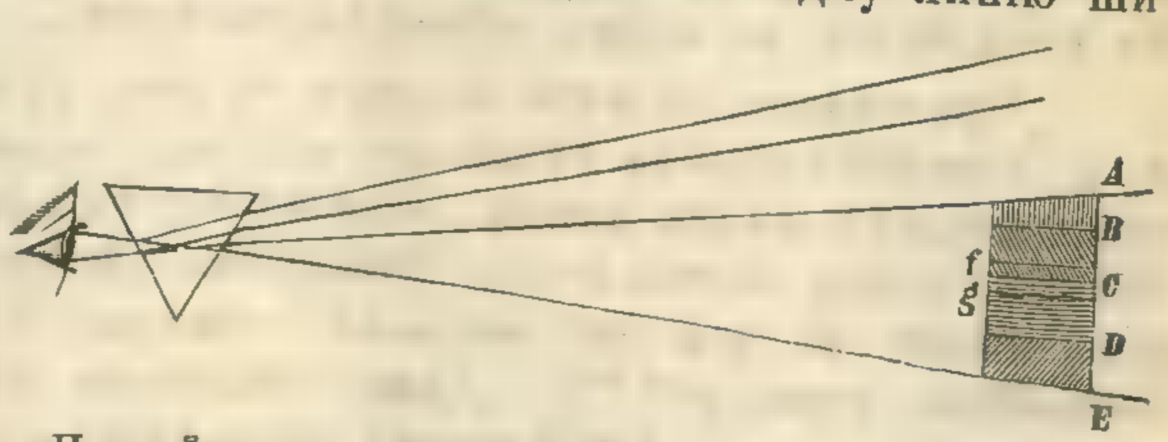
Вопросъ этотъ занималъ въ концѣ прошлаго и началѣ нынѣшняго столѣтія многіе умы. Можно было разсуждать такъ: Если различныхъ цвѣтовъ въ солнечномъ спектѣ всего только 7, то, сдѣлавъ щель, черезъ которую солнечный свѣтъ падаетъ на призму, очень узкой, можно надѣяться получить эти цвѣта въ отдѣльности, уединить ихъ, т. е. получить не сплошной спектръ[17]). Первая попытка этого рода принадлежитъ *Волластону* въ 1802 году. Но, вмѣсто несплошного спектра, изы-

---

[5]) Sitzungsb. der Akademie zu Berlin, 1819.
[6]) L'Institut, томъ I, стр. 212.
[7]) Comptes Rendus de l'académie des sciences de Paris, XXV, стр. 447.
[8]) Philosophical Magazine, 1840.
[9]) Annales de Chimie et de Physique, томъ 30 4-й серіи стр. 5 и слѣд.
[10]) Traité de l'air et du feu, 145.
[11]) Annales de Gilbert, t. XII, стр. 409 и 408.
[12]) Philosophical Transactions, 1840.
[13]) La Lumière, tome I, стр, 138 и слѣд.
[14]) Philosophical Magazine, XXX, 461; XXXII 489; Philosophical Transactions of the Edinburgh Society, t. XII, стр. 123, 21-го марта 1831 года.
[15]) Poggendorf's Annalen, LXXXVI, стр. 502.
[16]) Mousson, Archives des sciences de Genève, томъ X, за 1861 годъ.
[17]) Delaunay, Analyse Spectal Annuaire за 1869 годъ.

сканія его привели къ открытію спектральныхъ линій. Свою статью, (подъ заглавіемъ „A method of examining refractive and dispersive powers by prismatic reflection, by Wil. Hyde Wollaston“ [18]) — описаніе новаго способа опредѣленія коэффиціентовъ преломленія), онъ заканчиваетъ такими словами:

„Я не могу закончить этихъ наблюденій надъ дисперсіей свѣта, не замѣтивъ, что цвѣтовъ, получающихся при разложеніи луча бѣлаго свѣта, никакъ не 7, и никакими способами нельзя свести ихъ къ тремъ, какъ нѣкоторые думали. Но при весьма узкой щели можно замѣтить съ ясностью 4 главныхъ дѣленія призматическато спектра, которыя до сихъ поръ не были наблюдаемы и не описаны. Если пропустить въ темную комнату лучъ дневного свѣта черезъ щель въ одну линію шириною, и смотрѣть на нее, находясь на разстояніи 10 или 12 футовъ, черезъ призму изъ флинтъ-гласа безъ пузырьковъ воздуха, то хорошо видно, что лучъ разлагается всего только на 4 цвѣта: красный, желто-зеленый, синій и фіолетовый, какъ представлено на фигурѣ.



Первый рисунокъ солнечнаго спектра Волластона.
Фиг. 21.

„Линія А, ограничивающая красную часть спектра, туманна; впрочемъ это, кажется, зависитъ отъ недостатка глаза. Линія В, между краснымъ и зеленымъ, при извѣстномъ положеніи призмы весьма отчетлива. То же нужно сказать п о D и E, ограничивающихъ фіолетовую часть. Но С, граница между зеленымъ и синимъ, не такъ ясно выражена, какъ остальныя линіи; съ каждой стороны ея находятся еще темныя линіи *f* и *g*, которыя можно легко спутать съ С. Положеніе призмы, при которомъ цвѣта раздѣлены наиболѣе ясно, таково, что падающій лучъ образуетъ приблизительно равные углы съ двумя ея гранями. Я нашелъ, что пространства AB, BC, CD и DE относятся между собою приблизительно какъ числа 16, 23, 36, 25. Вмѣсто стеклянныхъ можно взять полыя призмы, наполненныя какой нибудь жидкостью. При измѣненіи положенія призмы, вышеупомянутыя числа измѣняются, и отношеніе AC : CE, напр. изъ 39:61 обращается въ 42:58.

„Но совершенно другой рядъ явленій замѣчается при спектроскопическомъ изслѣдованіи пламени свѣчи. Взявъ очень узкую полоску нижней части его, виденъ черезъ призму не непрерывный спектръ различныхъ цвѣтовъ, но раздѣленный полосами на 5 частей. Первая полоса широкая, красная, заканчивается яркой желтой линіей; второй и третій отрѣзки—зеленые, четвертый и пятый—голубые. Кажется послѣдній отрѣзокъ отвѣчаетъ голубому и фіолетовому участкамъ солнечнаго спектра, т. е. линіи D. Когда предметомъ изслѣдованія является электрическая искра, спектръ тоже является раздѣленнымъ на нѣсколько частей; но общій видъ спектра отличается отъ предшествующихъ.

[18]) Philosophical Transactions of the Royal Society, 24 іюня 1802, стр. 365 и слѣд.

Однако—заключаетъ онъ—нѣтъ надобности точнымъ образомъ описывать явленія, столь случайныя, и которыя я не берусь объяснить".

Въ 1815-омъ году, совершенно не зная попытки Волластона, Фраунгоферъ снова пытался отдѣлить цвѣта спектра. Въ его статьѣ, озаглавленной: „Bestimmung der Brechungs und Farbenzerstreungs Vermögen verschiedener Glasarten in Bezug auf die Vervollkommung achromatischer Fernröhre. Von Joseph Fraunhofer" [19]) мы находимъ слѣдующія интересныя для насъ мѣста.

Чтобы удобнѣе опредѣлить коэффиціентъ преломленія стекла различныхъ сортовъ, требовался монохроматическій свѣтъ; таковой былъ имъ найденъ въ желтомъ пламени, свойственномъ солямъ натрія, и дающемъ спектръ, состоящій изъ одной желтой линіи. Эта желтая линія попадается во всѣхъ источникахъ свѣта.

„Предстояло рѣшить вопросъ: будетъ ли въ цвѣтномъ изображеніи (т. е. спектрѣ) солнца такая же свѣтлая полоса, какъ и въ цвѣтныхъ изображеніяхъ свѣта лампы. Оказалось, что вмѣсто нея находится въ спектрѣ солнца безчисленное множество рѣзкихъ и слабыхъ вертикальныхъ линій; но всѣ онѣ *темнѣе* спектра; нѣкоторыя казались даже совершенно черными" [20]). „Даже отношеніе этихъ линій между собою при различныхъ преломляющихъ средахъ казалось вполнѣ одинаковымъ; напр. одна линія была только въ синемъ, другая только въ красномъ; ихъ можно наблюдать и въ обыкновенномъ и необыкновенномъ лучахъ исландскаго шпата; во всякомъ случаѣ линіи эти не составляютъ границы между отдѣльными цвѣтами; переходъ одного цвѣта въ другой совершенно незамѣтенъ" [21]). Затѣмъ дается перечисленіе линій солнечнаго спектра; между B и H только оказалось до 574 линій.—„Я удостовѣрился многочисленными опытами, что эти линіи и полосы въ природѣ солнечнаго свѣта, и не происходятъ отъ недостатковъ призмы. Пропуская черезъ то же узкое отверстіе свѣтъ лампы, мы не находимъ этихъ линій; виднѣется только свѣтлая линія R, которая лежитъ какъ разъ въ томъ же мѣстѣ, гдѣ и линія D солнечнаго спектра, такъ что преломляемая способность луча D равна таковой R" [22]).

Спектръ Венеры по его наблюденіямъ такой же, но гораздо слабѣе, почему и нельзя видѣть тонкихъ линій. Въ спектрѣ Сиріуса и нѣкоторыхъ другихъ звѣздъ есть полосы, которыхъ нѣтъ въ спектрѣ солнца; въ спектрѣ электрической искры замѣчаются и свѣтлыя линіи. Какъ темная D, такъ и свѣтлая R были имъ уже разложены на 2 линіи; послѣднюю онъ нашелъ въ спектрахъ горящихъ водорода, спирта и сѣры. Къ статьѣ Фраунгофера приложенъ замѣчательно выполненный, гравированный имъ самимъ, рисунокъ спектра солнечнаго свѣта.—Такова эта замѣчательная работа. Его обозначеніе линій буквами удержалось и до сихъ поръ; обыкновенно ему же приписываютъ и открытіе ихъ; но, какъ мы видѣли, онѣ открыты были Волластономъ; онъ уже

[19]) Denkschriften der königlichen Akademie der Wissenschaften zu München, за 1814 и 1815 года, стр. 193–226.

[20]) Ibidem, стр. 202.

[21]) Denkschriften der Akademie zu München, 1815, стр. 203.

[22]) Ibidem, стр. 205.

сильно подвинулъ вопросъ впередъ: окончательно нашелъ невозможность разложить спектръ солнца на отдѣльные цвѣта, открылъ въ немъ массу линій, которыя съ тѣхъ поръ называются „Фраунгоферовыми", предположилъ тожество линій D и R. Можно еще отмѣтить слѣдующее.

Въ настоящее время принято обозначать линіи спектра длиною волны свѣтового луча, производящаго данную линію. Цвѣтъ свѣтового луча зависитъ отъ длины волны. Изъ изслѣдованій Араго видно, что лучи всевозможныхъ цвѣтовъ распространяются съ одинаковою быстротою. Изъ явленій интерференціи свѣта и диффракціи оказалось возможнымъ вычислить длины волнъ видимыхъ лучей между точками спектра A и H. Этому способствовали наблюденія Ньютона надъ цвѣтами тонкихъ пластинокъ, работы Френеля [23]) а главнѣйшимъ образомъ работы Фраунгофера. Результаты его мало чѣмъ отличаются отъ чиселъ новѣйшихъ физиковъ [24]).

Слѣдующимъ изслѣдователемъ явленій горѣнія является англійскій ученый Брюстеръ, извѣстный массою работъ по различнымъ отдѣламъ оптики. Занимаясь разысканіемъ монохроматическаго свѣта для освѣщенія микроскопическихъ объектовъ при большомъ увеличеніи, онъ, какъ и Фраунгоферъ, остановился наконецъ на свѣтѣ, испускаемомъ горящимъ спиртовымъ растворомъ хлористаго натрія. Потомъ цѣль его изслѣдованій значительно расширилась; по его словамъ [25]) это было „открытіе общаго принципа химическаго анализа, въ которомъ простыя и сложныя тѣла характеризовались бы своимъ дѣйствіемъ на опредѣленныя части солнечнаго спектра". „Такъ какъ большое число окрашенныхъ тѣлъ (онъ работалъ и съ растворами) дѣйствовало на солнечный спектръ въ извѣстныхъ мѣстахъ, то я думалъ, что число и интенсивность этихъ дѣйствій могли зависѣть отъ числа и природы элементовъ входящихъ въ составъ изслѣдуемыхъ тѣлъ; но пришлось отбросить это воззрѣніе, потому что азотноватый ангидридъ дѣйствовалъ на спектръ во всей его длинѣ, и поглотительные элементы азотноватаго ангидрида существуютъ и въ атмосферахъ земли и солнца" [26]). То же было высказано имъ въ статьѣ: „О цвѣтахъ тѣлъ природы" [27]).

Въ томъ же 1822 году занимался спектрами цвѣтныхъ пламенъ и Джонъ Гершель. Первоначальныя свѣдѣнія о ходѣ его работъ черпаемъ мы изъ письма [28]) его къ Брюстеру, гдѣ онъ сообщаетъ послѣднему результаты своихъ изслѣдованій. Они были предметомъ нѣсколькихъ статей его, появившихся впослѣдствіи. Джонъ Гершель первый описалъ [29]) спектры хлористыхъ металловъ: стронція, калія и мѣди, и борной кислоты. Вотъ нѣкоторыя выдержки изъ другихъ его статей [30]), для насъ интересныя. „Соли натрія даютъ обильный и совершенно однородный желтый свѣтъ, а соли калія—прекрасный, свѣтло-фіолето-



[23]) Mém. de l'Academie des Sciences, томъ V, за 1821 годъ.
[24]) Bequerel, „La Lumière, томъ I, стр. 145 и слѣд.
[25]) Philosophical Transactions of the society of Edinburgh, t. IX, 1822, стр. 433.
[26]) Comptes Rendus de l'Acad. des sciences de Paris, томъ LXII, стр. 17.
[27]) Phil. Trans. of the society of Edinburgh, t. XII стр. 544.
[28]) Ibidem, t IX, 1822.
[29]) Ibidem, стр. 455.
[30]) Encycl. Metrop. 1827.

вый. Изъ всѣхъ солей кальція, стронція, литія, барія, мѣди и желѣза, опытъ лучше всего удается съ солянокислыми, благодаря ихъ летучести; тѣ же окрашиванія появляются въ спиртовомъ пламени, если какую нибудь соль положить въ твердомъ видѣ на свѣтильню спиртовой лампы. Цвѣта, сообщаемыя такимъ образомъ пламени различными основаніями, представляютъ, во многихъ случаяхъ, скорый и хорошій способъ открытія весьма малыхъ количествъ ихъ. Чистыя земли при сильномъ нагрѣваніи — какъ то показало было недавно лейтенантомъ Друммондомъ, направляя на небольшіе шарики ихъ пламена нѣсколькихъ спиртовыхъ лампочекъ, возбуждаемыхъ кислородомъ—испускаютъ со своей поверхности свѣтъ необычайнаго блеска, который при изслѣдованіи обнаруживаетъ избытокъ опредѣленныхъ лучей, характеризующихъ цвѣта данныхъ пламенъ. Нѣтъ никакого сомнѣнія, что эти оттѣнки вызываются парами даннаго вещества, находящагося въ состояніи сильнаго воспламененія".

Тальботъ пошелъ еще дальше въ дѣлѣ приложенія данныхъ, основанныхъ на спектрахъ пламенъ, къ открытію нѣкоторыхъ элементовъ. Результаты его научныхъ работъ находятся въ статьѣ, присланной Брюстеру[31]) въ мартѣ 1826 года, и напечатанной[32]) въ сентябрѣ тогоже года, подъ заглавіемъ: „Нѣсколько опытовъ надъ окрашенными пламенами".

„Пламена сѣры и селитры содержатъ красный лучъ, который, какъ кажется, весьма замѣчателенъ. Повидимому онъ обладаетъ опредѣленной преломляемостью и характеризуетъ соли натрія, хотя, благодаря его слабой освѣщающей способности, его можно открыть только съ помощью призмы. Если это такъ, я предполагаю, всякій разъ когда призма покажетъ существованіе луча какого нибудь однороднаго свѣта въ пламени, образованіе или присутствіе какого нибудь опредѣленнаго химическаго соединенія".—„При изслѣдованіи спектроскопомъ горящаго краснаго бенгальскаго огня, получается очень красивый спектръ, со многими блестящими линіями, т. е. максимумами свѣта.... Блестящая линія въ желтой части происходитъ по всей вѣроятности отъ сѣры, а другія можно приписать сюрьмѣ, стронцію и другимъ веществамъ, входящимъ въ составъ огня. Такъ, напримѣръ, оранжевая линія можетъ быть произведена стронціемъ, такъ какъ Гершель нашелъ въ пламени хлористаго стронція лучъ такого цвѣта. Если это мнѣніе вѣрно и приложимо къ другимъ опредѣленнымъ линіямъ, то одинъ взглядъ на пламя черезъ призму можетъ указать вещества, для открытія которыхъ потребовался-бы сложный химическій анализъ". Но все таки Тальботъ неясно представлялъ себѣ, въ чемъ дѣло. По справедливому замѣчанію Кирхгофа[33]) другія мѣста его статьи прямо противоположны этому заключенію. Такъ, желтая линія натрія, по мнѣнію Тальбота, можетъ указывать на присутствіе натрія; но мы встрѣчаемъ далѣе, что вѣроятно ее вызываетъ кристаллизаціонная вода, и вотъ почему. „Эту желтую линію можно наблюдать при сгораніи самыхъ различныхъ тѣлъ,

---

[31]) Comptes Rendus, томъ LXII, стр. 17.
[32]) Brewsters Journal of Science, vol. V за 1826 годъ.
[33]) Poggendorf's Annalen, CXVIII, 1863, стр. 94.

какъ, напр. бумаги, дерева, слоновой кости, спиртоваго раствора хлористаго натрія и т. д.; единственно, что всѣ эти вещества имѣютъ общаго съ солями натрія—такъ это—воду; но и это едва ли причина этого желтаго цвѣта, такъ какъ горящая сѣра тоже даетъ эту желтую линію, а сѣра съ водой ничего общаго не имѣетъ. Однако стоитъ замѣтить, хотя это по всей вѣроятности и случайно, что удѣльный вѣсъ сѣры—1,99, т. е. почти что ровно вдвое больше удѣльнаго вѣса воды. Замѣчательно также, что если сжигать спиртъ въ открытомъ сосудѣ или въ лампѣ съ металлической свѣтильней, появляется небольшое желтое окрашиваніе; но свѣтильня изъ хлопчатой бумаги даетъ наоборотъ много желтаго свѣта и впродолженіи неопредѣленнаго времени. (Я нашелъ и другіе случаи измѣненія цвѣта пламени благодаря только присутствію вещества, которое само при томъ не уменьшается въ вѣсѣ. Такъ, кусочекъ хлористаго кальція на свѣтильнѣ спиртовой лампочки производилъ впродолженіе всего вечера множество красныхъ и зеленыхъ лучей, нисколько не уменьшаясь отъ этого въ вѣсѣ)". Отсюда вообще можно думать, что линіи эти—результатъ какого то неизвѣстнаго химическаго процесса [34]), тѣмъ болѣе, что хлористый кальцій давалъ весь вечеръ красную и зеленыя линіи, нисколько не уменьшаясь отъ этого въ вѣсѣ.

*Б. Меншуткинъ* (Спб.).

(*Продолженіе слѣдуетъ*).

# ОЧЕРКЪ
## геометрической системы Лобачевскаго.

(*Продолженіе**).

Предложенный выводъ этого уравненія не примѣнимъ въ томъ случаѣ, когда прямая проходитъ черезъ начало координатъ или же перпендикулярна къ оси абсциссъ, такъ какъ четырехугольника OPMN въ этихъ случаяхъ не существуетъ. Пусть прямая Q″M″ (фиг. 59) проходитъ черезъ начало. Предполагая, что $OP \perp QM''$, обозначимъ по прежнему $\angle POX$ черезъ $\omega$, такъ что

$$\angle M''ON'' = \omega - \frac{\pi}{2}.$$

Изъ прямоугольнаго треугольника M″ON″, согласно уравненію V, имѣемъ:

$$\cos y' = \operatorname{cotg} x' \operatorname{tg}\left(\omega - \frac{\pi}{2}\right)$$

[34]) Poggendorf's Annalen, loco citato.

*) См. „Вѣстн. Оп. Физики" №№ 174, 178, 179, 183, 187, 188, 189, 190, 194, 195 196, 198, 199, 201, 202, 203 и 206.

или иначе:

$$-e^{x}\cos\omega + e^{-x}\cos\omega = 2\sin\omega\cos y'. \qquad (14)$$

Мы видимъ, что уравненіе прямой и въ этомъчастномъ случаѣ приводится къ виду XXXIX $b$) и получается изъ общаго уравненія, если положимъ $q = 0$. (См. ур. 13).

Если наконецъ прямая перпендикулярна къ оси абсциссъ и пересѣкаетъ послѣднюю въ точкѣ $(x_0, 0)$, то уравненіе ея будетъ

$$x = x_0.$$

Написавъ его однако въ формулѣ

$$e^{x-x_0} - e^{x_0-x} = 0. \qquad (15)$$

мы приведемъ его къ виду XXXIX $b$). При этомъ очевидно $C = 0$, такъ что $\omega$ равно 0 или $\pi$.

Изъ уравненій (13) мы видимъ, что

$$C^2 - 4AB = 4\sin^2 q' > 0 \qquad (16)$$

т. е. разность $C^2 - 4AB$ всегда имѣетъ положительное значеніе. Мы ее обозначимъ черезъ $E^2$. Не трудно видѣть, что этимъ выражается условіе, не только необходимое, но и достаточное для того, чтобы уравненія XXXIX $b$) представляло прямую. Въ самомъ дѣлѣ, если въ уравненіи

$$Ae^{x} + Be^{-x} = C\cos y' \qquad (17)$$

положимъ:

$$A = \varrho(\cos q' - \cos\omega),\ B = \varrho(\cos q' + \cos\omega),\ C = 2\varrho\sin\omega, \qquad (17\,a)$$

то мы найдемъ:

$$\operatorname{cotg}\omega = \frac{B - A}{C}; \qquad \text{XL}$$

такъ что*)

$$\sin\omega = \frac{\varepsilon C}{\sqrt{C^2 + (B-A)^2}}, \quad \cos\omega = \frac{\varepsilon(B - A)}{\sqrt{C^2 + (B-A)^2}}, \qquad \text{XL } a)$$

гдѣ $\varepsilon = \pm 1$. Отсюда:

$$\varrho = \frac{\sqrt{C^2 + (B - A)^2}}{2\varepsilon} \qquad \text{XL } b)$$

$$\cos q' = \frac{(A+B)}{2\varrho} = \frac{\varepsilon(A+B)}{\sqrt{C^2 + (B-A)^2}} = \frac{\varepsilon(A+B)}{\sqrt{E^2+(A+B)^2}} \qquad \text{XL } c)$$

$$\sin q' = \frac{E}{\sqrt{E^2+(A+B)^2}}; \ \operatorname{tg} q' = \frac{\varepsilon E}{A+B} \qquad \text{XL } d)$$

Эти формулы обнаруживаютъ, что при

*) Въ настоящей главѣ мы всюду разумѣемъ подъ радикалами, въ томъ числѣ и подъ $E = \sqrt{C^2 - 4AB}$, ихъ абсолютныя значенія.

$$C^2 - 4AB = E^2 > 0 \tag{18}$$

уравненіе (17) можетъ быть приведено къ виду 12 $a$) или (12). Ввиду того, что $q$ величина существенно положительная и, слѣдовательно, $q' < \frac{\pi}{2}$, уравненіе XL $c$) или второе изъ уравненій XL $d$) устанавливаютъ знакъ $\varepsilon$,—такъ что параметры прямой опредѣляются однозначно.

Если $C = 0$, то неравенство (18) требуетъ, чтобы коэффиціенты A и B имѣли противоположные знаки. Дѣля уравненіе (17) на $\sqrt{-AB}$ мы представимъ его въ этомъ случаѣ въ видѣ:

$$\sqrt{-\frac{A}{B}}\, e^{x} - \sqrt{-\frac{B}{A}}\, e^{-x} = 0$$

и полагая $x_0 = \frac{1}{2}\log\left(-\frac{B}{A}\right)$, приведемъ его къ виду (15).

Замѣтимъ, что уравненіе (17) не представляетъ собой никакого дѣйствительнаго геометрическаго мѣста, если условіе (18) не соблюдено. Въ самомъ дѣлѣ: умножая его на $e^x$ мы получимъ квадратное уравненіе относительно $e^x$:

$$Ae^{2x} - C\cos y'\, e^x + B = 0, \tag{19}$$

которое, при $C^2 - 4AB < 0$, даетъ только мнимые корни, такъ какъ $C^2\cos^2 y' - 4AB < C^2 - 4AB$.

Послѣднія соображенія остаются, очевидно, справедливыми, если мы въ уравненіи (17) замѣнимъ $\cos y'$ черезъ $\cos[\varphi(y)]$, гдѣ $\varphi(y)$ произвольная функція отъ $y$, которой соотвѣтствуютъ дѣйствительныя значенія при всѣхъ дѣйствительныхъ значеніяхъ $y$. Иными словами при этихъ условіяхъ уравненіе:

$$Ae^x + Be^{-x} = C\cos[\varphi(y)] \tag{20}$$

не представляетъ собой никакого дѣйствительнаго геометрическаго мѣста, если

$$C^2 - 4AB < 0.$$

Этимъ замѣчаніемъ мы воспользуемся впослѣдствіи.

Наконецъ, если

$$C^2 - 4AB = 0,$$

то уравненіе XL $d$) показываетъ, что $q' = 0$, $q = \infty$, и прямая уходитъ въ безконечность. Коэффиціенты A и B имѣютъ въ этомъ случаѣ одинаковые знаки и уравненіе (17) принимаетъ такой видъ:

$$Ae^x + Be^{-x} = \pm 2\sqrt{AB}\cos y' \tag{21}$$

или иначе:

$$\left[\sqrt{A}e^{-\frac{x}{2}} - \sqrt{B}e^{-\frac{x}{2}}\right]^2 + 2\sqrt{AB}(1 \pm \cos y') = 0.$$

Но оно удовлетворяется только при

$$y_0 = \pm \infty \text{ и } e^{x_0} = \sqrt{\frac{B}{A}}. \qquad (22)$$

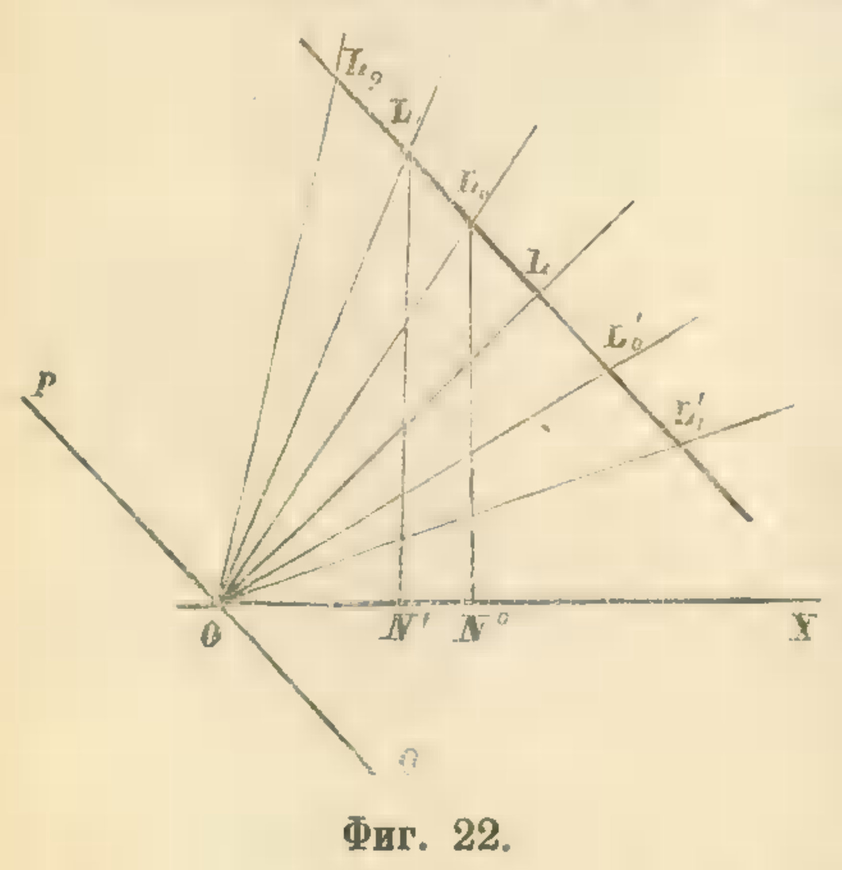
Это геометрическое мѣсто представляетъ собой, слѣдовательно, только *двѣ* безконечно удаленныя точки на прямой, проходящей черезъ начало координатъ такимъ образомъ, что

$$\operatorname{tg}\omega = \pm \frac{2\sqrt{AB}}{B-A}.$$

Всѣ прямыя, ей параллельныя, приближаются къ одной изъ этихъ точекъ, смотря по направленію параллелизма. Итакъ, на плоскости Лобачевскаго прямая имѣетъ двѣ безконечно удаленныя точки, а безконечно удаленной прямой вовсе не существуетъ; или, если угодно, ихъ безчисленное множество, но каждая изъ нихъ сводится къ точкѣ. Это парадоксальное утвержденіе требуетъ развитія. Аналитически здѣсь заключается слѣдующій фактъ: не существуетъ уравненія, которое представляло бы собою частный случай уравненія прямой (XXXIX *b*) и удовлетворялось бы координатами безчисленнаго множества различныхъ безконечно удаленныхъ точекъ. Подъ „различными" безконечно удаленными точками мы разумѣемъ такія, отношеніе соотвѣтствующихъ координатъ которыхъ въ предѣлѣ отлично отъ 1. Уравненіе (21) представляетъ собой единственный частный случай, при которомъ уравненіе вида XXXIX *b*), способно удовлетворяться безконечно большимъ значеніемъ ординаты. Оно (21) представляетъ собой безчисленное множество прямыхъ, потому что располагаетъ перемѣннымъ параметромъ $\left(\frac{B}{A}\right)$.

Но каждое изъ такихъ уравненій удовлетворяется только *одной* безконечно удаленной точкой (22). Этимъ оправдывается предыдущее утвержденіе съ аналитической стороны. Что касается геометрической стороны вопроса, то этому факту можно дать различное толкованіе. Мы предложимъ слѣдующее:

Пусть (фиг. 22) прямыя OL, $OL_0$, $OL_1$, $OL_2$ . . . $OL'_0$, $OL'_1$, $OL'_2$ . . . составляютъ пучекъ лучей, выходящихъ изъ начала координатъ (фиг. 3) и составляющихъ съ нѣкоторымъ опредѣленнымъ лучемъ OL углы $\vartheta_0$, $\vartheta_1$, $\vartheta_2$ . . . $-\vartheta'_0$, $-\vartheta'_1$ . . . Предполагая $PQ \perp OL$, мы считаемъ уголъ положительнымъ, когда лучъ проходитъ въ углѣ POL и отрицательными въ углѣ QOL. На плоскости *Евклида* прямая $L_0L'_0$ пересѣчетъ всѣ лучи въ точкахъ $L_0$, $L_1$, $L_2$ . . . координаты которыхъ будутъ:



Фиг. 22.

$$x_i = \frac{p\cos(\omega + \vartheta_i)}{\cos\vartheta_i}\ y_i = \frac{p\sin(\omega + \vartheta_i)}{\cos\vartheta_i},$$

гдѣ $p = OL$ и $\omega = \angle LOX$. Если теперь прямая $LL_0$ удаляется, оставаясь перпендикулярной къ OL, то она продолжаетъ пересѣкать всѣ

оси, координаты $x_i$ и $y_i$ очевидно неопредѣленно возрастаютъ, но отношенія

$$\frac{x_i}{x_j}=\frac{\cos(\omega+\vartheta_i)\cos\vartheta_j}{\cos(\omega+\vartheta_j)\cos\vartheta_i},\ \frac{y_i}{y_j}=\frac{\sin(\omega+\vartheta_i)\cos\vartheta_j}{\sin(\omega+\vartheta_j)\cos\vartheta_i}$$

сохраняютъ конечныя значенія, отличныя отъ 1. Когда то-же самое происходитъ на плоскости Лобачевскаго, координаты точекъ $L_i$ опредѣляются уравненіями

$$\cos x'_i=\frac{\cos p'\cos(\omega+\vartheta_i)}{\cos\vartheta_i};\ \cos y'_i=\operatorname{cotg} x'_i\operatorname{tg}(\omega+\vartheta_i).$$

Но когда прямая $LL_0$ удаляется отъ начала координатъ, то число лучей, которые эта прямая встрѣчаетъ, становится все меньше и уголъ $\vartheta_i$ при которомъ лучъ $L_i$ еще встрѣчаетъ прямую $LL_0$ стремится къ нулю. Поэтому предыдущее равенство обнаруживаетъ, что $x_i$ стремится къ постоянному предѣлу, опредѣляемому уравненіемъ

$$\cos x'_i=\cos\omega \text{ т. е. } x_i=\Phi(\omega),$$

а отношеніе

$$\frac{y_i}{y_j}=\frac{\operatorname{cotg} x'_i}{\operatorname{cotg}' x_j}\cdot\frac{\operatorname{tg}(\omega+\vartheta_i)}{\operatorname{tg}(\omega+\vartheta_j)}$$

стремится къ единицѣ.

*В. Каганъ* (Спб.).

*(Продолженіе слѣдуетъ).*

# НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

**Фосфоресценція при низкой температурѣ.**—Изслѣдуя вліяніе низкой температуры на фотографическое дѣйствіе свѣта, Дьюаръ (Dowere) замѣтилъ, что употреблявшіеся имъ аппараты сильно фосфоресцировали. Произведенные имъ опыты надъ явленіемъ фосфоресценціи при низкихъ температурахъ дали слѣдующіе результаты.

Желатина и целюллоидъ, который Дьюаръ употреблялъ при своихъ фотографическихъ работахъ, при охлажденіи до—180°С и дѣйствіи сильнаго электрическаго свѣта впродолженіе одной секунды очень сильно фосфоресцировали. При этихъ же условіяхъ фосфоресцировали и другія вещества: слоновая кость, кость, каучукъ, перья, шерсть, хлопчатая бумага, яичная скорлупа, полотно, кожа, цвѣты. Изслѣдуя различныя опредѣленныя органическія соединенія, Дьюаръ нашелъ, что однимъ изъ лучшихъ фосфоресцирующихъ веществъ является двойная синеродистая соль платины и аммонія, свѣтящаяся прекраснымъ зеленымъ свѣтомъ. Яичный желтокъ фосфоресцируетъ слабѣе бѣлка. Вообще чѣмъ сложнѣе строеніе тѣла, тѣмъ сильнѣе его способность фосфоресцировать; быть можетъ, это происходитъ отъ того, что сложность строенія вещества препятствуетъ ему быстро воспринимать и прекращать свѣтовыя колебанія.

Замѣчательно, что присутствіе весьма небольшихъ количествъ органическихъ веществъ значительно увеличиваетъ способность даннаго вещества фосфоресцировать. Такъ напр. фосфоресцирующая очень слабо чистая вода начинаетъ сильно фосфоресцировать при прибавленіи ничтожнаго количества органическихъ веществъ; совершенно не фосфоресцирующая чистая металлическая пластинка свѣтитъ весьма ярко, если прикоснуться къ ней пальцами (загрязненіе жиромъ). Кислородъ въ сильно разрѣженномъ состояніи и его соединенія фосфоресцируютъ послѣ дѣйствія электрическаго разряда. Въ кислородѣ примѣсь органическихъ веществъ *уменьшаетъ* его способность фосфоресцировать. („Ж. Ф. Х. О.“).

**Упругость паутины.**—Упругость нитей паутины крестовика опредѣлена была Греемъ (Gray), который нашелъ, что нить разрывается отъ груза въ 0,017 g, что составляетъ около $2{,}16 \times 10^6$ g на квадратный центиметръ поперечнаго сѣченія (вѣроятно истинное число на 5—10% больше этого, такъ какъ при вычисленіи нить разсматривалась, какъ цилиндръ; на самомъ же дѣлѣ каждая нить состоитъ изъ 4—6 отдѣльныхъ нитей, состоящихъ, въ свою очередь, каждая изъ 1000 приблизительно нитей). Модуль Юнга для паутины равенъ поэтому $7{,}769 \times 10^6$ g на $cm^2$. („Ж. Ф. Х. О.“). *Бхм.*

**Ѣдкая жидкость для травленія на стеклѣ**, дающая весьма отчетливые и тонкіе рисунки, готовится слѣдующимъ образомъ: Въ 500 cc дистиллированной воды растворяютъ 36 g фтористаго кальція и къ раствору прибавляютъ 7 g сѣрнокислаго кали. Въ другомъ сосудѣ растворяютъ въ 500 cc дистиллированной воды 14 g хлористаго цинка и къ раствору прибавляютъ 65 g крѣпкой соляной кислоты. Оба раствора сохраняются въ обыкновенныхъ стеклянныхъ флаконахъ. При употребленіи обѣ жидкости смѣшиваются въ равныхъ объемахъ и къ смѣси прибавляютъ нѣсколько капель китайской туши, чтобы при писаніи написанное было видно. Смѣшеніе жидкостей удобно производить въ углубленіи, сдѣланномъ въ толстомъ кускѣ парафина (Centralzeit. f. Optik u. Mech.). *В. Г.*

## ДОСТАВЛЕННЫЯ ВЪ РЕДАКЦІЮ КНИГИ И БРОШЮРЫ.

**Земные электрическіе токи.** (Экспериментальное изслѣдованіе). *П. Бахметьева.* Спб. 1894.

**Математика на 66 съѣздѣ нѣмецкихъ естествоиспытателей и врачей въ г. Вѣнѣ.** *А. Васильева.*

**Эфемериды звѣздъ (В. К. Делленъ) на 1895 годъ для опредѣленія времени и азимута помощью переноснаго пассажнаго инструмента, установленнаго въ вертикалѣ Полярной.** Изданіе Русскаго Астрономическаго Общества. 1894.

**Démonstration nouvelle des équations fondamentales de la géométrie de l'espace de courbure constante négative.** Par M. *B. Kagan*, à Saint-Pétersbourg. (Extrait des „Nouvelles Annales de Mathématiques, 3-e série, t. XIV; janvier 1895).

**Астрономія въ общепонятномъ изложеніи.** *С. Ньюкомба* и *Р. Энгельмана*, дополненная *Г. Фогелемъ*, директоромъ астрофизической обсерваторіи въ Потсдамѣ. Переводъ со 2-го изданія: „Newcomb- Engelmann's Populäre Astronomie herausgegeben von Dr. H. C. Vogel“ *H. С. Дрентельна.* Выпускъ II. Спб. 1895. Цѣна 1 р. 40 к. Подписная цѣна за все сочиненіе (4 выпуска) 5 р. 60 к.

**Illustrirte Preisliste über Waagen und Gewichte.** *F. Sartorius*, Göttingen.

**Основанія электротехники.** (Въ элементарномъ изложеніи). *А. П. Постникова.* Часть I. Теорія электричества и магнитизма. Электрометрія. Изд. 2-е, исправленное и значительно дополненное. Москва. 1895. Ц. 1 р. 25 к.

# ЗАДАЧИ.

**№ 164.** Опредѣлить сумму ряда:

$$1+\frac{2^n}{1.2}+\frac{3^n}{1.2.3}+\frac{4^n}{1.2.3.4}+\cdots$$

*А. Варенцовъ* (Шуя).

**№ 165.** По уравненіямъ

$$a+b.\sin x.\cos x=a'+b'.\sin y.\cos y,$$

$$b.\sin^2 x=b'\sin^2 y$$

опредѣлить уголъ $\vartheta=x-y$.

*Д. Е.* (Иваново-Вознесенскъ).

**№ 166.** Данъ треугольникъ $ABC$. Вычислить безъ помощи тригонометріи стороны другого треугольника, площадь котораго равна площади треугольника $ABC$ и два угла соотвѣтственно равны половинамъ двухъ угловъ треугольника $ABC$.

*Н. Николаевъ* (Пенза).

**№ 167.** Выраженіе

$$(a^2+b^2)(c^2+d^2)$$

представить въ видѣ суммы двухъ квадратовъ.

*С. Адамовичъ* (Курскъ).

**№ 168.** Показать, что

$$\frac{1}{\sin^2\alpha.\cos^2\alpha}=2+\operatorname{tg}^2\alpha+\operatorname{ctg}^2\alpha.$$

*Э. Заторскій* (Могилевъ губ.).

**№ 169.** Черезъ вершину $A$ треугольника $ABC$ провести прямую $AD$ такъ, чтобы вписанные въ треугольники $ABD$ и $ACD$ круги были равны.

(Заимств.). *Я. Полушкинъ* (с. Знаменка).

# РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

**№ 87** (3 сер.). Показать, что при $x > 1$

$$\frac{1}{x-1}=\frac{1}{x+1}+\frac{2}{x^2+1}+\frac{4}{x^4+1}+\ldots$$

Изъ тожества

$$\frac{2}{x^2-1}=\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x+1}$$

послѣдовательно получаемъ:

$$\frac{1}{x-1}=\frac{1}{x+1}+\frac{2}{x^2-1},$$

$$\frac{2}{x^2-1}=\frac{2}{x^2+1}+\frac{4}{x^4-1},$$

$$\frac{4}{x^4-1}=\frac{4}{x^4+1}+\frac{8}{x^8-1},$$

. . . . . . . . . . . . . . .

Складывая эти равенства, получимъ искомое разложеніе.

*Я. Полушкинъ* (с. Знаменка); *А. Павлычевъ* (Иваново-Вознесенскъ).

**№ 92** (3 сер.). Рѣшить систему

$$x+y=u+v,$$

$$xy+uv=27,$$

$$x^2+y^2+u^2+v^2=74,$$

$$x^4+y^4+u^4+v^4=2018.$$

Изъ первыхъ двухъ уравненій легко найдемъ:

$$x+y=u+v=\pm 8. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (\alpha)$$

Четвертое изъ данныхъ уравненій можетъ быть представлено такъ:

$$(x^2+y^2)^2-2x^2y^2+(u^2+v^2)^2-2u^2v^2=2018;$$

принимая во вниманіе уравненія $(\alpha)$ и второе изъ данныхъ, найдемъ отсюда:

$$x^2y^2+u^2v^2=369,$$

что со вторымъ изъ данныхъ уравненій даетъ

$$xyuv=180. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (\beta)$$

Рѣшая второе изъ данныхъ уравненій и уравненіе $(\beta)$ относительно $xy$ и $uv$, получимъ

$$xy=15{,}12; \; uv=12{,}15. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (\gamma)$$

Изъ уравненій ($\alpha$) и ($\gamma$) находимъ:

$$x = 5,\ 3,\ 6,\ 2, -5, -3, -6, -2;$$
$$y = 3,\ 5,\ 2,\ 6, -3, -5, -2, -6;$$
$$u = 6,\ 2,\ 5,\ 3, -6, -2, -5, -3;$$
$$v = 2,\ 6,\ 3,\ 5, -2, -6, -3, -5.$$

*Я. Тепляковъ* (Радомысль); *ученикъ Кіево-Печерской гимназіи*; *А. Варенцовъ* (Ростовъ на Дону); *П. Ивановъ* (Одесса); *И. Барковскій, І. Кучинскій, А. Герасимовъ, Э. Заторскій,* (Могилевъ губ.); *А. Бачинскій* (Холмъ); *А. Павлычевъ* (Ив.-Вознесенскъ); *П. Бѣловъ* (с. Знаменка); *С. Адамовичъ* (с. Спасское).

**№ 98** (3 сер.). Рѣшить уравненіе

$$6 - x + \sqrt{x^2 + 5x + 2} = 0.$$

Изъ даннаго уравненія получаемъ:

$$\sqrt{x^2 + 5x + 2} = x - 6;$$
$$x^2 + 5x + 2 = x^2 - 12x + 36, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$
$$17x = 34,\ x = 2. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Такъ какъ квадратное уравненіе (1) послѣ приведенія переходитъ въ линейное уравненіе (2), коего корень есть $x = 2$, то корни уравненія (1) суть $x_1 = \infty$ и $x_2 = 2$. Легко показать, что рѣшеніе $x_1 = \infty$ удовлетворяетъ данному уравненію. Для этого, замѣтивъ, что $x = 0$ не удовлетворяетъ уравненію, представляемъ его въ видѣ:

$$\frac{6}{x} - 1 + \sqrt{1 + \frac{5}{x} + \frac{2}{x^2}} = 0,$$

а это уравненіе обращается въ тожество при $x = \infty$. Рѣшеніе $x = 2$ соотвѣтствуетъ знаку минусъ передъ радикаломъ въ данномъ уравненіи.

*В. Веселовскій* (Каменецъ-Подольскъ); *А. Бачинскій* (Холмъ); *Я. Полушкинъ* (с. Знаменка); *Н. Кузнецовъ* (Иваново-Вознесенскъ); *А. Дмитріевскій* (Цивильскъ); *Б. Гуминскій, Д. Татариновъ* (Троицкъ); *С. Адамовичъ* (с. Спасское).

**99** (3 сер.). Доказать, что всѣ корни уравненія

$$\frac{A_1^2}{x - a_1} + \frac{A_2^2}{x - a_2} + \frac{A_3^2}{x - a_3} + \cdots + \frac{A_r^2}{x - a_r} = 1$$

дѣйствительны, если $A_1, A_2, A_3, \ldots A_r$ и $a_1, a_2, a_3, \ldots a_r$ означаютъ дѣйствительныя величины.

Допустимъ, что данное уравненіе удовлетворяется мнимой величиной $u + v\sqrt{-1}$; тогда оно будетъ удовлетворяться также и величиною $u - v\sqrt{-1}$. Подставляя эти значенія вмѣсто $x$ въ данное уравненіе, получимъ:

$$\frac{A_1^2}{u + v\sqrt{-1} - a_1} + \frac{A_2^2}{u + v\sqrt{-1} - a_2} + \cdots + \frac{A_r^2}{u + v\sqrt{-1} - a_r} = 1,$$

$$\frac{A_1^2}{u-v\sqrt{-1}-a_1}+\frac{A_2^2}{u-v\sqrt{-1}-a_2}+\cdots+\frac{A_r^2}{u-v\sqrt{-1}-a_r}=1.$$

Вычтя первое изъ этихъ уравненій изъ второго, получимъ уравненіе

$$2v\sqrt{-1}\left(\frac{A_1^2}{(u-a_1)^2+v^2}+\frac{A_2^2}{(u-a_2)^2+v^2}+\cdots+\frac{A_r^2}{(u-a_r)^2+v^2}\right)=0,$$

которое, очевидно, удовлетворяется только при $v=0$.

*Я. Полушкинъ* (с. Знаменка); *А. Бачинскій* (Холмъ).

**№ 100** (3 сер.). Найти четырехзначное число, представляющее точный квадратъ, зная, что число, составленное двумя первыми его цифрами, на единицу больше числа, составленнаго двумя послѣдними его цифрами.

Называя число, составленное двумя послѣдними цифрами искомаго числа $x$, черезъ $y$, получимъ уравненіе

$$x^2=100(y+1)+y, \quad \ldots\ldots (\alpha)$$

откуда

$$y=\frac{(x+10)(x-10)}{101}.$$

Изъ уравненія ($\alpha$) слѣдуетъ, что $100>x>10\sqrt{10}$; поэтому либо $x+10=101$, либо $x-10=101$. Условіямъ задачи удовлетворяетъ лишь уравненіе

$$x+10=101, \text{ откуда } x=91 \text{ и } x^2=8281.$$

*А. Варенцовъ* (Ростовъ на Дону).

**№ 405** (2 сер.). Изъ нѣкотораго числа $N=abc\ldots xyz$ вычтемъ трехзначное число $zzz$; затѣмъ, отбросивъ 0, изъ полученнаго остатка $N_1=abc\ldots x_1y_1$ вычтемъ трехзначное число $y_1y_1y_1$; далѣе, отбросивъ 0, изъ второго остатка $N_2=abc\ldots x_2$ вычтемъ трехзначное число $x_2x_2x_2$, и т. д. до тѣхъ поръ, пока это окажется возможнымъ. Требуется доказать, что если при такомъ послѣдовательномъ вычитаніи послѣдній остатокъ получится равнымъ нулю, или числу, кратному 37-и, то и первоначальное число $N$ дѣлится на 37, причемъ, если послѣдній остатокъ 0, то число $N$, кромѣ того, дѣлится еще на три.

(Примѣръ: 15096—666 = 14430; 1443—333 = 1110; 111—111 = 0).

Допустивъ, что послѣдній остатокъ кратенъ 37-и, на основаніи условій задачи можемъ написать равенство:

$$N=111\times z+1110\times y_1+11100\times x_2+\cdots+\text{кр. } 37=$$
$$=37\times 3\times z+37\times 30\times y_1+37\times 300\times x_2+\cdots+\text{кр. } 37.$$

*К. Щиголевъ* (Курскъ); *П. Ивановъ* (Одесса).

Редакторъ-Издатель Э. К. Шпачинскій.

Дозволено цензурою. Одесса, 18-го Марта 1895 г.

„Центральная типо-литографія", уг. Авчинникова пер. и Почтовой ул., д. Болгарова.

**Notes mathématiques.** 16. *Sur le cercle osculateur à une conique.* Теорема Ньютона: *Если двѣ хорды эллипса* MN и PQ, *пересѣкающіяся въ точкѣ* S, *перемѣщаются параллельно самимъ себѣ, то отношеніе* $\frac{SM.SN}{SPSQ}$ *сохраняетъ постоянную величину.* Взявъ PQ параллельно касательной MT къ эллипсу и обозначивъ черезъ $2l$ и $2m$ діаметры эллипса, параллельные хордамъ MN и PQ, на основаніи этой теоремы получимъ:

$$\frac{SP.SQ}{SM.SN}=\frac{m^2}{l^2},$$

отсюда $\frac{SI}{SN}=\frac{m^2}{l^2}$, если I есть пересѣченіе окружности MPQ съ прямой MN. При приближеніи хорды PQ къ совпаденію съ касательной MT, точка I приближается къ совпаденію съ точкою K пересѣченія соприкасающагося въ M круга съ прямой MN; слѣдов. $\frac{MK}{MN}=\frac{m^2}{l^2}$, т. е. *хорды, опредѣляющіяся эллипсомъ и соприкасающимся къ нему въ точкѣ* M *кругамъ на произвольной прямой* MN, *пропорціональны квадратамъ діаметровъ эллипса, параллельныхъ касательной къ нему въ* M *и сѣкущей* MN.

На основаніи этого легко строится радіусъ кривизны эллипса въ данной на немъ точкѣ.

**Bibliographie.** Elements de Géometrie descriptive и Exercices de Géometrie descriptive. Par. F. J. Paris. 1893. (Оглавленіе).

Récréations mathématiques. Par M. Lucas. t. IV. Paris 1894. Pr. 7,5 fr. (Краткое изложеніе содержанія).

**Solutions de questions proposées.** №№ 823, 834, 862, 881, 888, 896.

**Questions d'examen.** №№ 648—656.

**Questions proposées.** №№ 974—982.

*Д. Е.*

# БИБЛІОГРАФИЧЕСКІЙ ЛИСТОКЪ
## НОВѢЙШИХЪ РУССКИХЪ ИЗДАНІИ.

*Гримо, Э.* Элементарный курсъ органической химіи. Переводъ съ 6-го французскаго изданія подъ ред. прив.-доцента Имп. харьковск. уииверситета Вл. Тимофеева. Харьковъ, 1894. Ц. 2 р.

*Давидовъ, А.*, орд. проф. Имп. моск. унив. Геометрія для уѣздныхъ училищъ. Составлена по Дистервегу. Изд. 9-е книжн. магазина В. Думнова. Москва. 1894. Ц. 35 к.

*Д-тъ, П. А.* Руководство къ изученію бухгалтеріи по итальянскому способу. I. Текущія операціи. Рига.

*Евтушевскій, В. А.* Сборникъ ариѳметическихъ задачъ и численныхъ примѣровъ для приготовительнаго и систематическаго курса. Первая часть—цѣлыя числа. Изд. 49-е. Д. Полубояринова. Спб. 1894. Ц. 35 к.

*Житковъ, С. В.* Сборникъ самостоятельныхъ упражненій по ариѳметикѣ. Для начальныхъ школъ. Изд. 5-е Ф. Павленкова. Спб. 1894. Ц. 25 к.

*Износковъ, Н.* Краткій курсъ естественной исторіи. Изд. 4-е безъ измѣненій. Казань. 1894. Ц. 1 р. 80 к.

*Кояловичъ, Б. М.* Изслѣдованія о дифференціальномъ уравненіи $ydy.ydx=Rdx$. Спб. 1894.

*Краевичъ, К. Д.* Учебникъ физики. Курсъ среднихъ учебныхъ заведеній. XII (посмертное) изданіе, подъ ред. и съ измѣненіями. А. Ефимова. Спб. 1895. Ц. 2 р. 50 коп.

*Крапоткинъ, Н. П.* Учебникъ двойной бухгалтеріи. Теорія. Астрахань. 1894.

*Любимовъ, Н. П.*, засл. проф. моск. унив. Исторія физики. Опытъ изученія логики открытій въ ихъ исторіи. Часть 2-я. Періодъ средневѣковой науки. Спб. 1894. Ц. 1 р. 50 к.

*Поповъ, Мих. Лук.*, д-ръ медиц. Особый методъ выпрямленія обертываемыхъ линій и алгебраическое выраженіе ихъ обвертки. Квадратура круга. Спб. 1894. Ц. 1 р.

*Рыбкинъ, Н.* Собраніе стереометрическихъ задачъ, требующихъ примѣненія тригонометріи. Изд. 3-е, дополненное планиметрическими задачами и введеніемъ. Москва. 1894. Ц. 40 к.

*Шевченко, Н.* Положеніе логики среди другихъ предметовъ гимназическаго курса. Харьковъ, 1894.

*Бертенсонъ, Георгій*, д-ръ. Новое міровоззрѣніе. Спб. 1894.

*Верещагинъ, И.* Сборникъ алгебраическихъ задачъ для учениковъ старшихъ классовъ среднихъ учебныхъ заведеній. Спб. 1894. Ц. 90 к.

*Граве, Д. А.* О проэкціяхъ поверхности вращенія на плоскости, въ которыхъ сохраняются площади, причемъ меридіаны изображаются прямыми, а параллели кругами. (Отт. изъ „Извѣстій Акедеміи Наукъ". 1894).

*Житковъ, С. В.* Методика ариѳметики. Руководство для народныхъ учителей и учительницъ, учительскихъ институтовъ, семинарій и педагогическихъ классовъ женскихъ гимназій. Изд. 4-е. Ф. Павленкова. Спб. 1894. Ц. 75 к.

*Зейлигеръ, Д.* Теорія одноименныхъ фигуръ. Казань, 1894.

*Карпинскій, А.* Общій характеръ колебаній земной коры въ предѣлахъ Европейской Россіи (Отт. изъ „Извѣстій Имп. Академіи Наукъ". 1894). Спб. 1894.

*Верещагинъ, И.* Собраніе вопросовъ и задачъ прямолинейной тригонометріи для гимназій и реальныхъ училищъ. Изд. 3-е, исправленное. Спб. 1895. Ц 1 р. 50 к.

*Голодайко, Г. Т.* Другъ счетовода. Общедоступные, выработанные практикою, новые легчайшіе способы: центимальный, для быстраго и точнаго учета стоимости количествъ всѣхъ наименованій мѣръ и вѣсовъ; упрощенный, для изслѣдованія площадей, поверхностей и объемовъ, и проч. Дѣйствительная прямая помощь счетоводу, одинаково примѣнимая во всевозможныхъ счетныхъ упражненіяхъ. Съ картою сообщеній Европейской Россіи. Сумы. 1894. Ц. 2 р.

Извѣстія Имп. общества любителей естествознанія, антропологіи и географіи, состоящаго при московскомъ университетѣ. Томъ LXXXVII (вып. 2-й). Труды топографо-геодезической коммиссіи. Выпускъ II. Съ 6 листами чертежей. Москва. 1894. Ц. 2 р. съ перес.

*Козловскій, С. А.* Полныя рѣшенія и объясненія всѣхъ ариѳметическихъ задачъ А. Малинина и К. Буренина. Выпускъ 2-й. Правило процентовъ (простыхъ и сложныхъ) (съ № 2891 — № 3100 включительно). Издалъ С. Козловскій. Борисовъ. 1894. Ц. 25 к., съ перес. 35 к.

*Костырко-Стоцкій. Н. Н*, Образованіе вселенной вообще и солнечной системы въ частности по Фаю и Лапласу (Нижегородскій кружокъ любителей физики и астрономіи) (Изъ сборника Н. К. Л. Ф. и А. Серія II, вып. 2-й). Спб.

Орудія и методы естествознанія. Вып. I. Микроскопъ и телескопъ. Изд. журнала „Научное Обозрѣніе". Спб. 1894. Ц. 40 к., съ перес. 45 к.

*Острогорскій, А. Н.* Какъ узнали люди, что и воздухъ имѣетъ вѣсъ. Разсказъ (Изъ книги „Среди природы"). Съ рисунками. Изд. книжн. магазина П. Луковникова. Спб. Ц. 10 к.

*Острогорскій, А. Н.* Смерчъ. Разсказъ (Изъ книги „Среди природы"). Съ рисунками. Изд. книжн. магазина П. Луковникова. Спб. Ц. 10 к.

*Острогорскій, А. Н.* Снѣгъ. Разсказъ (Изъ книги „Среди природы"). Съ рисунками. Изд. книжн. магазина П. Луковникова. Спб. Ц. 10 к.

*Острогорскій, А. Н.* Что придумали люди, чтобы не бояться грозы. Разсказъ (Изъ книги „Среди природы"). Съ рисунками. Изд. книжн. магазина П. Луковникова. Спб. Ц. 10 к.

*Острогорскій, А. Н.* Электричество. Громъ и молнія. Два разсказа (Изъ книги „Среди природы"). Съ рисункомъ. Изд. книжн. магазина П. Луковникова. Спб. Ц. 10 к.

*Острогорскій, А. Н.* Ясный и пасмурный дни. Разсказъ (Изъ книги „Среди природы"). Съ рисунками. Изд. книжн. магазина П. Луковникова. Спб. Ц. 10 к.

*Реклю, Эл.* Земля. Описаніе жизни земного шара. Переводъ безъ пропусковъ съ послѣдняго французскаго изданія А. В. Мезьеръ. Подъ ред. и съ примѣчаніями Н. А. Рубакина. Вып. I. Земля какъ планета. Горы и равнины. Съ 26 рисунками и 4 картами. Спб. 1895. Ц. 90 к.

# ОБЗОРЪ НАУЧНЫХЪ ЖУРНАЛОВЪ.

## *MATHESIS.*

### 1894. — № 11.

**Sur une ellipse associée au triangle.** Par *M. H. Mandart.* На перпендикулярахъ $A'O$, $B'O$, $C'O$, возставленныхъ въ срединахъ сторонъ тр-ка $ABC$, отложимъ отъ точекъ $A'$, $B'$, $C'$ равные отрѣзки $A'P_a = B'P_b = C'P_c = \lambda$; изъ точекъ $A_1$, $B_1$, $C_1$ соприкосновенія сторонъ тр-ка со внѣ-вписанными въ него окружностями опустимъ перпендикуляры на стороны тр-ка $P_aP_bP_c$; перпендикуляры эти пересѣкутся въ одной точкѣ $Q$, такъ какъ ур-нія этихъ перпендикуляровъ въ нормальныхъ координатахъ имѣютъ видъ (для $AQ$):

$$x(R\cos A-\lambda)-z(R\cos C-\lambda)+\frac{p(b-c)(R-\lambda)}{abc}\cdot(ax+by+cz)=0.$$

Составивъ подобное же ур-ніе для другого перпендикуляра ($BQ$) и исключивъ изъ этихъ ур-ній перемѣнный параметръ $\lambda$, получимъ ур-ніе геометрическаго мѣста точки $Q$:

$$\Sigma(\cos B-\cos C)yz-\frac{p}{2R}\Sigma(b-c)(1-\cos A)x=0.$$

Кривая эта проходитъ черезъ точки пересѣченія гиперболы *Feuerbach'a*

$$\Sigma(\cos B-\cos C)yz=0$$

съ прямой

$$\Sigma(b-c)(1-\cos A)x=0.$$

Одна изъ этихъ точекъ есть точка *Nagel'я*, другая ($\mu$) есть дополнительная точка *Gergonne'a* и имѣетъ координатами $p-a$, $p-b$, $p-c$. Точка $\mu$ служитъ центромъ эллипса

$$\sqrt{\frac{\alpha}{p-a}}+\sqrt{\frac{\beta}{p-b}}+\sqrt{\frac{\gamma}{p-c}}=0,$$

вписаннаго въ тр-къ $ABC$ и касающагося сторонъ его въ точкахъ $A_1$, $B_1$, $C_1$. Эллипсъ этотъ проходитъ черезъ точку $F$ соприкосновенія вписаннаго въ тр-къ круга съ кругомъ 9-ти точекъ. Черезъ ту же точку проходитъ окружность $A_1B_1C_1$.

Три нормали къ эллипсу $\mu$ въ точкахъ $A_1$, $B_1$, $C_1$ пересѣкаются въ точкѣ $W$, симметричной съ центромъ вписаннаго круга $I$ относительно центра $O$ круга описаннаго.

Обозначимъ черезъ $I'$ центръ тяжести периметра тр-ка $ABC$, черезъ $U$—фокусъ параболы, служащей обверткой осей гомологіи тр-въ $A'B'C'$ и $P_aP_bP_c$. Радикальная ось круга, вписаннаго въ тр-къ $ABC$, и круга $A_1B_1C_1$ есть прямая $FU$; прямая $IU$ проходитъ черезъ центръ $M$ круга $A_1B_1C_1$.

Касательная къ эллипсу $\mu$ въ точкѣ $F$ есть радикальная ось круговъ $A_1B_1C_1$ и 9-ти точекъ.

Обозначимъ черезъ $\mu_1$ проэкцію центра эллипса $\mu$ на касательную къ нему въ $F$. Кругъ $A_1B_1C_1$, кругъ 9-ти точекъ и кругъ, имѣющій діаметромъ $F\mu$, пересѣкаются въ двухъ точкахъ $F$ и $\mu_1$.

Пусть V есть четвертая точка пересѣченія гиперболы Feuerbach'а съ окружностью ABC, $v$—точка Nagel'я. Прямыя $v$W и IV пересѣкаются въ центрѣ M круга $A_1B_1C_1$ и равно-наклонны къ осямъ эллипса $\mu$.

**Bibliographie.** Geometrical Conics. By J. *Milne* and *R. F. Davis*. London. 1894. Prix: 6 s. 6 d. (Содержаніе).

Introduction à l'étude de la Théorie des nombres et de l'Algèbre Supérieure. Par *E. Borel* et *J. Drach*. Paris 1895. Prix. 10 fr. (Тоже).

Le calcul simplifié par les procédés mécaniques et graphiques. Par M. *D'Ocagne*. Paris 1894. Prix: 2,75 fr. Тоже).

Notions géometriques sur les complexes et les congruences de droites. Par G. *Fouret*. Paris 1893. Prix: 2 fr. 50. (Тоже).

**Un nouveau journal de mathématiques.** Bulletin de Maihématiques spéciales основ. проф. Невенгловскимъ въ Парижѣ; выходитъ ежемѣсячно, съ 30 окт. 1894 г.

**Notes mathématiques.** 17. *Sur un paradoxe mathématique.* Обвертка параболъ

$$py^2 = 2\lambda^2[x-(p-\lambda)], \qquad (1)$$

гдѣ $\lambda$ перемѣнный параметръ, выражается ур-ніемъ

$$y^2 = \frac{8(x-p)^3}{27p}, \qquad (2)$$

т. е. служитъ разверткой параболы

$$y^2 = 2px, \qquad (3)$$

получающейся изъ (1) при $\lambda = p$; слѣдов. парабола (3) касается своей развертки (2). *M. Barisien* показываетъ, что эти кривыя имѣютъ двѣ мнимыя точки соприкосновенія на директриссѣ параболы.

18. *Théorème sur les déterminants.* Если $\varphi_1(x), \ldots, \varphi_n(x)$ суть цѣлыя функціи степени не выше $n-2$, то опредѣлитель

$$\begin{vmatrix} \varphi_1(x_1), & \varphi_2(x_1), & \ldots, & \varphi_n(x_1) \\ \varphi_1(x_2), & \varphi_2(x_2), & \ldots, & \varphi_n(x_2) \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \varphi_1(x_n), & \varphi_2(x_n), & \ldots, & \varphi_n(x_n) \end{vmatrix}$$

тождественно равенъ нулю.

19. *Sur le centre des moyennes harmoniques.* Пусть $O_2$ есть центръ среднихъ гармонич. точекъ A, B, C, ...., L, лежащихъ на одной прямой относительно точки $O_1$ на той же прямой; тогда

$$\frac{n}{O_1O_2} = \frac{1}{O_1A} + \frac{1}{O_1B} + \cdots + \frac{1}{O_1L};$$

изъ этого равенства *M. Verbessem* выводитъ формулу

$$\Sigma(O_2O_1AB) = -n,$$

гдѣ скобки обозначаютъ ангармон. отношеніе, а $\Sigma$ распространяется на всѣ размѣщенія (arrangements) буквъ A, B, ..., L по двѣ.

**Consours d'agrégation de** 1894.

**Solutions de questions proposées.** №№ 867, 874, 897, 900.

**Questions d'examen.** №№ 657—661.

**Questions proposées.** №№ 983—991.

*Д. Е.*